

# 克莱因与哥廷根数学的发展

王 涛



在数学史上，克莱因（F. Klein）是一位备受关注的数学家。他于1849年出生于德国的杜塞尔多夫，1865年进入波恩大学。1866年，他担任普吕克尔（J. Plücker）物理实验课程的助手。但不幸的是，普吕克尔于1868年去世，李普希兹（R. Lipschitz）成了他的挂名导师。好在克莱因仍以线几何的论文成功毕业，而且因祸得福，成了普吕克尔遗著的编写人。这本该由克莱布什（A. Clebsch）完成，但他把这项工作交给了克莱因。

随后几年内，克莱因先后访问了哥廷根大学和柏林大学，并服了一段时间的兵役。1872年，在克莱布什的推荐下，他到埃尔朗根大学任教授，并提交了《关于新近几何研究的比较考察》<sup>1</sup>一文，提出用群论统一几何的观点，对后世影响深远，被誉为“埃尔朗根纲领”。之后，克莱因先后在慕尼黑工业大学（1875-1881）和莱比锡大学（1881-1886）任教。

由于在莱比锡时期与当时的法国新星庞加莱（H. Poincaré）在函数论方面的竞争，克莱因积劳成疾，以至于从那之后再也不能做出什么创造性的工作了。但是，这并不妨

<sup>1</sup>有两个中译本，见《数学史译文集》，上海科学技术出版社，何绍庚、郭书春译，吴新谋、田方增、胡作玄校；又见《数学在19世纪的发展》第二卷，高等教育出版社，李培廉译。



哥廷根数学辉煌的缔造者——克莱因  
(1849-1925)

碍克莱因对数学做出贡献。1886年到哥廷根大学任教后，克莱因转而变成了一名数学组织者。在哥廷根任教授期间，他把哥廷根大学建设成为世界数学的中心。可以说，他一手缔造了哥廷根数学的辉煌。

### 1. 准确的形势分析

1886年，克莱因接任斯特恩(M. A. Stern)成为哥廷根大学的数学教授，这时与他搭档的是施瓦茨(H. A. Schwarz)，施瓦茨的导师是柏林的魏尔斯特拉斯(W. Weierstrass)。自施瓦茨1875年到哥廷根任教授以来，他就一直是哥廷根数学的中心人物。教学计划是由他制定的，模型室也是由他掌管，克莱因过得并不如意，他没有大施拳脚的机会。不过克莱因也没有闲着，他认

真考虑了一个问题：德国数学近百年的发展情况。

1893年1月，克莱因完成《数学在德国大学的发展》<sup>2</sup>一文，集中阐述了他的观点与看法。他高度赞扬了法国大革命对数学产生的积极影响，认为它将数学从科学院中解放出来，并高度评价了巴黎综合工科学校的建立。随后，克莱因将目光转回到德国，在认真分析了高斯、雅可比、狄利克雷、黎曼、克莱布什等数学家的学术贡献与历史地位后，他得到了数学在德国各个大学的分布情况。

克莱因认为当时德国的数学研究主要集中于柏林大学、哥尼斯堡大学、海德堡大学和哥廷根大学。柏林大学的数学按照时间又被分为第一柏林学派和第二柏林学派，第一柏林学派的顶峰是雅可比、狄利克雷和斯坦纳(J. Steiner)在柏林一起工作的时期(1845-1851)。后来雅可比到哥尼斯堡大学任教，在那里他开创了数学的讨论班制度，哥尼斯堡遂成为德国数学研究的一个中心，后来德国的数学教授中有相当一部分毕业于哥尼斯堡大学。海德堡大学是在海塞(L. O. Hesse)后来那里任教后才形成的一个数学基地，之前他主要是在哥尼斯堡跟随雅可比做研究。

第二柏林学派的领军人物是库默尔(E. E. Kummer)、魏尔斯特拉斯和克罗内克(L. Kronecker)，他们比第一柏林学派的成就更大。

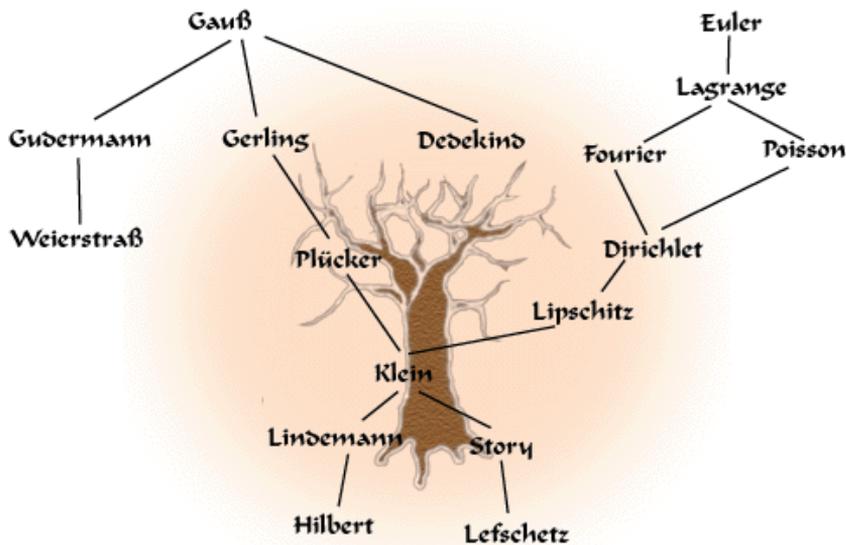
与此同时，其他一些数学家如默比乌斯(A. F. Möbius)在莱比锡，普吕克尔在波恩，施陶特(von Staudt)在埃尔朗根都在从事着独立的数学研究。

而哥廷根的数学则是由高斯开创，其后的继任者都是名家，有后期到哥廷根的狄利克雷、在柏林学习过一段时间的黎曼，这是哥廷根数学的第一个辉煌时期。哥廷根的数学自黎曼去世之后，就难以与柏林相抗衡了，继任者克莱布什、富克斯(I. L. Fuchs)、施瓦茨都没能改变这个局面，现在该看克莱因怎么做了。

<sup>2</sup>原文为德文，英译本收录到克莱因 *Lectures on Mathematics* 中，有中译文，见：F. Klein 数学讲座·陈光还，徐佩译·北京：高等教育出版社，2013：107-116。

## 2. 严格的选才标准

通过对数学在德国大学的发展分析，克莱因越来越清晰地认识到：哥廷根的数学必须有领军人物，才能找回自己昔日的荣耀。在施瓦茨 1892 年离任后，特别是在施瓦茨的继任者韦伯（H. Weber）也离任后，克莱因终于有了实现自己抱负的机会，他可以按照自己的想法来选择继任者了。克莱因的原则是聘请年轻的新星，而不是那些已经成名的数学家。两者的区别在于年轻的数学家更容易做出新的东西，而成名的数学家往往守旧反而做不出新东西。克莱因的选才标准日后也成为哥廷根的数学传统，在哥廷根这些老一辈数学教授退休或去世后，他们的继任者都是清一色的数学新星。



如按学缘关系算，克莱因是希尔伯特的师公

克莱因很早就注意到了哥尼斯堡的希尔伯特，并认为他是一位有前途的数学新星。希尔伯特那时年仅 33 岁，却已经在代数不变量和代数数论两个方面做出了非常杰出的工作，他是一个纯粹为数学而生的人。1895 年，克莱因提议并说服了德意志教育文化部和哥廷根教授会聘请希尔伯特来继任韦伯的职位。希尔伯特果然没有让克莱因失望，在哥廷根任教授期间，他先后在几何学公理化、变分法、积分方程和数学基础方面做出了巨大的贡献，引领着数学的发展。

希尔伯特像磁石一样吸引着世界各地的年轻人像朝圣般地奔向哥廷根，光他指导的博士就有七八十人。在跟随希尔伯特学习或工作过的学生中，我们可以列出以下名单：施密特（E. Schmidt）、戴恩（M. Dehn）、伯恩斯坦（F. Bernstein）、福埃特（R. Fueter）、波恩（M. Born）、海林格（E. D. Hellinger）、哈尔（A. Haar）、外尔（H. Weyl）、赫克（E. Hecke）、柯朗（R. Courant）……，这些人后来都成为著名的教授。

在哥廷根获得数学博士学位或求学过的学生中，也有中国人。魏时珍、朱公瑾先后于 1925 年和 1927 年获得博士学位，两人的导师都是柯朗。曾炯直接受教于女数学家诺特（E. Noether），1934 年获得博士学位。在哥廷根的几年内，曾炯做出了一系列的优秀成果，被誉为中国抽象代数的先驱。蒋硕民先是在哥廷根跟柯朗，后来柯朗因纳粹排犹而逃往美国，他跟随雷立奇（F. Rellich）转到马堡继续学习，1935 年获马堡

大学博士学位。程毓淮也在哥廷根大学拿到博士学位，导师不详。章用肆业于哥廷根数学系。周炜良 1932 年 10 月至 1933 年夏曾在哥廷根学习，后来来莱比锡大学跟随范德瓦尔登 (B. L. van der Waerden) 学习代数几何，1936 年获得博士学位。

除了注重数学教授的质量，克莱因还非常看重哥廷根数学教授的数量。1902 年和 1904 年，克莱因又利用个人同教育文化部长阿尔道夫 (F. Althoff) 的关系先后将闵科夫斯基 (H. Minkowski) 和龙格 (C. Runge) 聘来，从而一举在数学教授的数量和质量上都超越了柏林大学。超一流的数学阵容，纷至沓来的重要成果，使得哥廷根大学迅速成为德国乃至世界的数学中心。用当时留学哥廷根的日本数学家高木贞治 (Takagi Teiji) 的话说：

“我为这里和柏林不同感到吃惊，这里是来自世界各国的少壮派集合，实际上，这里是数学世界的中心。”<sup>3</sup>



1902 年哥廷根数学系部分师生合影，前排左四为克莱因，左三为希尔伯特

### 3. 良好的外部环境

克莱因是一个极具政治意识的数学家，他关心德意志教育文化部的政策变化，这与大部分数学家埋头学问截然不同。他仔细地研究了教育文化部长阿尔道夫的办学理念，认为阿尔道夫推行的是一种强调国家调控的管理体制，教育部鼓励支持大学在某个学科上有所突出，形成优势和特色学科，比如柏林大学的人文社会科学成为重点建设的学科<sup>4</sup>。哥廷根有优良的数学传统，经过克莱因的积极争取，哥廷根大学的数学和自然科学被官方指定为重点建设的学科。除了与政治家维系了良好的关系之外，克莱因还积极参与政治，他被看作是哥廷根数学在教育文化部的代表。不仅如此，他退休后甚至鼓励他的继任者——年轻的数学教授——柯朗去参加哥廷根市委会的竞选，并且还选上了！后来克莱因更是一度想让柯朗成为州议会的候选人。

克莱因与企业家也有密切的联系，他能轻而易举地拉到各种赞助，部分原因在于克莱因对应用数学极为看重，龙格就是作为德意志的第一位应用数学教授被聘请到哥

<sup>3</sup> 胡作玄. 布尔巴基学派的兴衰. 上海: 知识出版社, 1984: 14.

<sup>4</sup> 张帆. 德国高等学校的兴衰与等级形成. 北京: 北京师范大学出版社, 2012: 28-31.