



本文的主题是数学与现代文明，主要讲数学的重要性。我会告诉大家我对数学的一些看法，然后举一些例子来说明数学与我们的现代文明有很密切的联系。

数学不同于其它学科

首先我想讲数学跟其它学科是不一样的。数学不仅是一门独立的学科，而且还为所有其它科学、技术和工程的发展提供语言、观念、方法和工具。中国有一句话叫“数理化天地生”。我上学时经常听说，“学好数理化，走遍天下都不怕”。其实这些话有一点不对，数学应该比“理化天地生”还要高一等。因为其它学科都要用到数学，所以不应该把数学和理化天地生放在同等的地位。比如，在大学里面数学是公共课，但没有把理化天地生拿来做公共课的。所以数学在社会上的地位、在科学研究当中的地位，我们应该充分地强调。

数学这门学科发展的动力也和其它学科不一样。推动数学发展的动力是多

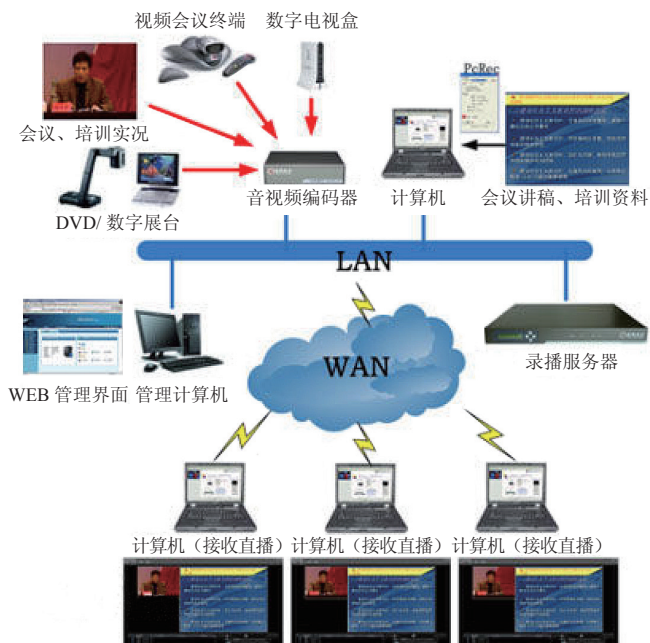


莫里斯·克莱因 (1908-1982)

方面的，有实际需求，有科学研究，有好奇心和纯思维的逻辑思考，还有对美的追求。正如数学家莫里斯·克莱因（Morris Kline）在《西方文化中的数学》¹中所说：“实用的、科学的、美学的和哲学的因素，共同促进了数学的形成。”当然所有这些推动数学发展的动力都离不开社会对数学的需求，因此克莱因在上面那句话的后面又说：“另一方面，数学家们登上纯思维的顶峰，不是靠他们自己一步步攀登，而是借助于社会力量的推动，如果这些力量不能为数学家们注入活力，他们就立刻会身疲力竭，然后他们就仅仅只能维持这门学科处于孤立的境地，虽然在短时间内还有可能光芒四射，但所有这些成就会是昙花一现。”²

数学与时代特征密切相关

一个时代总的特征在很大程度上与这个时代的数学活动密切相关。什么是我们这个时代的特征？年青人首先想到的是网络、手机、多媒体、DNA 等等。



当今时代的特征：网络、手机、多媒体、DNA……（图片取自网络）

¹ Morris Kline, *Mathematics in Western Culture*. 牛津大学出版社. 中译本《西方文化中的数学》，张祖贵译，复旦大学出版社。

² 上面的译文取自张祖贵的译本，克莱因的原文如下：

On the other hand, mathematicians reach their pinnacles of pure thought not by lifting themselves by their bootstraps but by the power of social forces. Were these forces not permitted to revitalize mathematicians, they would soon exhaust themselves; thereafter they could merely sustain their subject in an isolation which might be splendid for a short time but which would soon spell intellectual collapse.



陶哲轩 (1975-)



多诺霍 (1957-)



卡迪斯 (1970-)

我要告诉你们，所有这些都离不开数学。离开了数学，就没有现代文明，就没有这些多媒体，没有网络，没有手机。DNA 的发现和研发，也使得现代生命科学与数学密切相关。人们常常说，数学不是万能的，但是离开数学是万万不能的。以手机和多媒体传输为例，我们现在可以随时与美国的朋友通电话，一幅图片可以几乎同步地从美国传到中国来。这些声音和图片都是转化为 0 和 1 这样的信号来处理 and 传输，其数据存储量以 bit 为单位来计算，一个 bit 就是一个 0 或一个 1。一个 640×480 中等解析度的彩色图片，数据存储量为 737 万 bit，高质量地存储一个人说话 1 秒的数据要 141 万 bit，1 秒的电视图像要 9920 万 bit。这么大的数据要存储和处理，还要传输，传到远处去，所有这些都离不开数学，要用到很多不同分支的数学。比如小波分析、图论与图算法、随机分析、统计与机器学习、数值分析、微分方程、压缩感知、矩阵完备化 (Matrix completion) 等。

最近这几年，压缩感知和矩阵完备化在应用数学领域和信息领域发展的特别迅速，得益于陶哲轩、多霍诺 (David L. Donoho)、卡迪斯 (Emmanuel Candes) 等这些一流数学家的突出贡献。陶哲轩大家都知道，他是一位获得菲尔兹奖的华裔数学家，在纯数学和应用数学的多个领域都做得非常好。

小波分析

以小波分析为例。小波分析在数据压缩、传输方面有很重要的作用。小波分析是当前数学里面迅速发展的新领域，不仅有深刻的理论，而且应用十分广泛，在很多不同领域都有非常重要的应用。小波分析是时间 - 尺度分析和多分辨分析的一种新技术，它在信号分析、语音合成、图像识别、计算机视觉、数据压缩、地震勘探、大气与海洋波分析等方面的研究都取得了有科学意义和应用价值的成果。关于小波分析的发展历史，最早是由傅立叶分析里面出来，1910 年 Haar 最先提出简单的小波，经过一段时间的发展后，1985 年，梅耶 (Yves Meyer) 和稍后的多贝西 (Ingrid Daubechies) 提出了正交小波基，形成小波研究的高潮。后来多贝西写了《小波十讲》，在国内有中文本，非常受欢迎。多贝西是第 16 届国际数学联盟 (2011-2014) 的主席。举这个例子是非常有趣