

# 华尔街最有名的数学家

木遥

2008年11月24日出版的《纽约时报》刊登了如下的一则新闻：伊藤清，描述随机运动的数学家，于93岁逝世。这则消息在下述两个方面不同寻常：首先，一则数学家的讣告并非出现在科技版面而是出现在商业版面上；其次，伊藤清的逝世时间被刊登为11月17日（实为11月10日），对《纽约时报》这样的大报而言，这是很愚蠢的错误（幸好是推后而非提前了讣告的发布）。

伊藤清并不是任何意义上的商人而是地地道道的一流数学家。他的名字出现在商业版的原因是他的工作极大地影响了人们对一切随机现象的理解，这其中也包括了金融现象。美国经济学家 Robert Merton 和 Myron Scholes 在伊藤的工作的基础上提出了计算金融衍生工具的 Black-Scholes 模型，从而获得1997年的诺贝尔经济学奖。因为这个原因，伊藤清曾经被戏称为“华尔街最有名的数学家”。

伊藤清1915年生于日本。他是日本（以及亚洲）在二十世纪贡献出的最重要的几位数学家之一。他工作的主要研究对象是随机过程。确切来说，这门学问可以说根本就是他建立起来的——他在二十世纪中叶的工作让他得到了“现代随机分析之父”的称号。

也许我们应该把这件事情放在更大的历史背景中来看。按照普遍的看法，数学一向被看作是“确定性”的科学，这就是说，数学研究的对象是精确的数和形，传统的数学分支，例如代数和几何，也基本遵循了这种精确性的要求。另一方面，尽管数学家们很早就注意到了现实生活中的随机事件也



晚年时的伊藤清

可以用数学来刻画（概率论的建立可以追溯到十七世纪的数学家帕斯卡和费马对赌博的研究），但是这样的数学始终被视为“不严肃”的数学。

但是另一方面，物理学家对大自然的深入了解已经对数学家提出了要求和挑战。自从二十世纪初开始，以爱因斯坦为代表的物理学家们就开始试图讨论包括布朗运动（就是我们在中学物理课程中学到的导致水中的花粉无规则运动的分子运动）在内的随机物理过程，而传统的数学工具（微分方程）里面的每个系数和初值都是确定的（至多有微小的误差），所以结果也是确定的。既然在物理现实中，一个系数可能根本就是随机的变量，那么这样的方程该怎样理解和分析，就成为了数学家面临的严峻任务。



伊藤清 1983 年访问中国时和吴文俊(左), 华罗庚(左二), 苏步青(右)等合影(徐家驹摄)。

在数学这一方面, 也是直到二十世纪初, 伟大的俄国数学家柯尔莫哥洛夫等人才开始试图从公理化的角度重新建立概率论和随机数学。这就是说, 把随机事件中的数学变量像几何和代数对象一样对待, 为它们建立基本的公理和逻辑体系, 让“随机”这件事情可以得到“严格”的定义和计算。在此基础上, 对随机物理过程的数学刻画才变得可能。

也许我们应当看看伊藤清自己对这段历史的描述, 下面的文字摘译自他的《我研究概率论的六十年》一文:

从我的学生时代开始, 我就被看起来完全随机的现象中存在客观的统计规律这一事实所吸引。尽管我知道概率论可以用来描述随机现象, 但是我不满意当时的概率论, 因为就连最基本的元素——随机变量——也没有得到很好的定义。那个时候, 数学家们很少像看待微积分一样把概率论看成真正的数学领域。通过十九世纪末人们对“实数”这一概念的精确定义, 微积分已经成为完全严格意义上

的数学。那个时候只有很少几位数学家在研究概率论, 其中包括俄国的柯尔莫哥洛夫和法国的 Levi。

在那个时代人们一般都觉得 Levi 的工作极其晦涩难懂, 因为作为一个新的数学领域的先锋人物, 他的工作基本上是基于数学直觉的。于是我开始试图用柯尔莫哥洛夫的办法来严格描述 Levi 的想法。最终, 经过了艰难而孤独的努力, 我终于成功地建立了随机微分方程的理论。那是我的第一篇论文。

我们可以从多个方面来理解伊藤清的这段回忆。首先, 他的这篇划时代的论文发表在 1942 年, 这时他甚至还没有拿到博士学位。注意这个日期, 1942 年, 我们并不难想象那时一个日本的年轻数学家处于什么样的工作环境。(无独有偶, 也是在这个时期, 与伊藤清差不多同龄的中国数学大师陈省身也在战争的另一侧更加艰苦的环境里开始了自己最重要的研究工作。)

其次, 伊藤清的这段回忆概括了一个数学发展史的一



般规律，那就是数学虽然追求严谨，但是任何数学思想在一开始几乎总是完全基于粗糙和模糊的直觉，然后才会在发展过程中逐渐被精确化。微积分的发展过程是如此，概率论的发展过程也是如此。而伊藤清有幸成为随机数学的严格化过程中奠基性的人物，从而名垂青史。

伊藤清后来在美国居住并任教过一段时间，但是他的晚年也和陈省身先生一样，几乎完全在他的祖国度过。他于1987年获得数学家的终身奖沃尔夫奖。他也在2006年的国际数学家大会上获得了首届高斯奖，这个新设立奖项的宗旨在于表彰“工作在数学外领域影响深远的数学家”，这个称号伊藤清当之无愧。

吊诡的是，正是因为伊藤清的贡献直接启发了人们对于期权定价等一系列金融问题的研究，才使得后来种种复杂的金融衍生工具的开发成为可能。随着人们对于金融模型掌握得日渐得心应手，这些衍生工具在数学上越来越复杂精巧，也为金融大鳄们越来越隐蔽的贪婪和野心打开了方便之门，最终成为今年席卷全球的金融危机的罪魁祸首之一。因此有人认为，要不是伊藤清开启了潘多拉的盒子，也许这一切本来都不会发生。

对于一个一生以纯粹理论研究为职业的数学家来说，这当然是过于严苛的批评。复杂的现代数学工具在金融领域的大规模应用也许永远都会是一个有争议性的话题，但是从纷繁复杂的现实中提炼出抽象的理论规律，这本来就是科学家的庄严使命。也许人类在可预见的未来都不可能用数学完美的解释和控制金融运作，特别是在其间掺杂了如此复杂的人性因素的情况下。但是伊藤清毕竟走出了历史性的一步。在得知他的讣告之后，今年的诺贝尔经济学奖得主 Paul Krugman 在自己的博客上这样写道：“伊藤的成就在金融理论中——也在我自己的某些工作中——扮演了举足轻重的角色。我不是一个数学家，我也曾经一边写下那些刻画金融活动的数学公式一边半开玩笑地说，管它有什么实际意义呢。但是事实上，它们管用，真的。”

还是用伊藤清自己的话来结束这篇文章好了，下面的文字还是摘译自他的《我研究概率论的六十年》一文，他在这段文字里优美地描述了自己心目中的数学：



中年时的伊藤清

在精确地建立数学结构的过程中，数学家会发现某种美的存在，这种美也存在于迷人的音乐和庄严的建筑之中。然而，伟大的数学和伟大的艺术毕竟不同。莫扎特的音乐可以让不懂得音乐理论的人着迷，科隆大教堂可以让不了解基督教的人赞叹，然而数学结构之美很难被不理解数学公式背后的逻辑的人们所欣赏。只有数学家才能读懂数学公式的乐谱，然后在心里演奏出音乐来。因此我一度觉得，没有数学公式的帮助，我很难传递出我心里的数学的旋律之美。

随机微分方程，或者说，“伊藤公式”，今天被广泛地应用于描述各种随机现象。但是当我刚写出这些论文的时候，它们完全没有引起人们的注意。直到十年之后，别的数学家们才开始阅读我的数学乐谱，然后用他们自己的乐器演奏出音乐来。在将我的原始乐谱发展为更精致的音乐的过程中，这些研究者们也为伊藤公式做出了自己的贡献。近年来，我发现这些音乐也在数学之外的许多不同的领域中演奏着。我从来没有预料到我的音乐能为真实的世界做出贡献，而它同时也增添了纯粹数学之美。我想在此感谢我的前辈们，是他们不断的鼓励，才让我能够听到我的“未完成交响曲”中，那些神秘而微妙的音符。

#### 作者介绍：

本文作者北京大学数学系本科毕业，美国加州大学洛杉矶分校数学博士。是本刊特约撰稿人。

