

proposition

学习代数有必要吗？

Andrew Hacker / 文 陈亦亭 / 译

在美国的学校，每天约有 600 万名高中生和 200 万名大一新生在与代数作斗争。不管是在高中还是大学，都会有大量学生代数考试不及格。我们为什么要让美国学生受这样的折磨？我发现自己越来越强烈地认为，我们不应该这么做。

我的问题其实超出代数的范畴，在更宽泛的意义上适用于所有常见数学序列，比如几何和微积分。各州教育董事会成员和立法者——还有很多公众——理所当然地认为，每个年轻人都应该掌握多项式函数和参数方程。

有很多观点支持代数及学习代数。乍听之下，多数观点似乎颇为合理；我曾经接受其中不少观点。但我越是分析这些观点，就越是清晰地觉得它们基本上（甚至完全）是错误的——没有得到任何研究或证据的支持，或只是建立在一厢情愿的逻辑基础上。（我说的并不是对“知情公民”和个人理财至关重要的定量分析技能，而是另一码事。）

这场辩论很重要。把数学列为必修课，会阻碍我们发现和培养年轻人才。名义上是培养全面人才，可实际上我们在白白耗尽我们的脑力池。我是以一名在工作中大量使用数字的作家和社会科学家的身份这么说的。我的目的不是为了让学生免于学习一门困难的科目，而是呼吁各方关注我们分配宝贵资源不当所造成的切实问题。

数学造成的危害很早就会显现。让我感到羞愧的是，四分之一的九年级学生无法完成高中学业。根据去年发布的全国数据，2008-09 学年，南卡罗来纳州（South Carolina）有 34% 的学生辍学，而在内华

达州（Nevada），辍学比例达 45%。和我交流过的教育工作者多数把代数列为学习方面的主要原因。

田纳西州的资深教师雪梨·巴格韦尔（Shirley Bagwell）警告说，“要求所有学生都掌握代数会导致更多学生辍学”。那些留在学校的学生经常会面临“毕业考试”，此类考试几乎都有代数题目。去年，在俄克拉荷马州，33% 的学生未能通过毕业考试，而在西弗吉尼亚州，这个比例为 35%。

不管家境是富裕还是贫穷，也不管肤色是白是黑，代数对各种背景的学生都是一个麻烦的绊脚石。在新墨西哥州（New Mexico），43% 白人学生的成绩达不到“熟练”，而在田纳西州，这一比例为 39%。即便是在那些资金充足的学校，也有一些很有天赋的学生被代数拖累，更别提微积分和三角学了。

比如，加利福尼亚州的两套大学制度都只考虑那些学过三年数学的学生的入学申请，这种做法将那些可能在艺术或历史等科目上成绩优秀的学生拒之门外。社区大学的学生也面临着同样令人畏惧的数学门槛。一项对两年制学校的研究发现，不到四分之一的入学者通过了必修的代数课考试。

“有的学生三次、四次甚至五次参加这个课程，”阿巴拉契亚州立大学（Appalachian State University）的芭芭拉·博纳姆（Barbara Bonham）说。她补充道，尽管有些学生最终通过了考试，但“很多人辍学了”。

另一组辍学数据同样让人气愤。在所有投入高等教育学习的学生中，只有 58% 的人最



终获得学士学位。妨碍毕业的主要因素是：大一数学。在我从 1971 年就开始执教的纽约城市大学，57% 的学生未能通过必修的代数课考试。一份教师报告得出令人沮丧的结论：“数学考试不及格对学生能否继续学业的影响，在各年级都大于其他任何学习因素。”一项全国学生成绩单抽样调查发现，数学课出现 F 和 D 的频率是其他科目的两倍。

仅仅考试及格还不够。很多高校试图通过提高数学成绩的门槛来提升自己的地位。因此，它们要求学术能力评估测试 (SAT) 数学部分的成绩达到 700 分。而 2009 年只有 9% 的男生和 4% 的女生达到此项要求。而且不只是常春藤盟校这么做：在范德堡大学 (Vanderbilt University)、赖斯大学 (Rice University) 和圣路易斯华盛顿大学 (Washington University in St. Louis)，如果申请人在 SAT 数学部分的成绩低于 700 分，那么他们最好是校友子女或运动员。

没错，芬兰、韩国和加拿大学生的数学考试分数比较好。然而，让他们适合高要求工作的是他们的毅力，而非他们在课堂里学到的代数。

再者，我们在课堂里学的数学，是否和我们工作时需要用到的数量推理有关？这一点也不很明朗。研究数学教育的密歇根州立大学教育心理学家约翰·P·史密斯 (John P. Smith) 发现，“工作场所的数学推理明显不同于学校教的算法。”即便是依赖所谓 STEM 文凭——科学 (Science)、技术 (Technology)、工程学 (Engineering)、数学 (Math) ——的那些工作，大量培训也发生在受雇之后，包括所需的各类计算。比如，丰田汽车最近选择在密西西比州一个偏远的县建厂，尽管那里的大学远非有名。该公司同附近一所社区学院合作，由该学院开办专门设计的“机床数学”课。

正是这种合作长期支持着德国的学徒计划。我完全同意这样一种观点：高科技知识是维持先进工业经济所需要的。但是，如果我们认为解决办法主要在于学校，那我们就是在自欺欺人。

怀疑论者可能会说，即便我们现有的数学教育让大量学生泄气，但不应该责怪数学本身。数学这个科目难道不是教育的关键组成部分吗？它提供了定量分析工具，锻炼了不可或缺（尤其是在当今高科技时代）的概念能力。实际上，我们听到有人辩称，我们缺少拥有 STEM 文凭的毕业生。

当然，人们应该学习基本的数字技能：小数、比率和估算，打好算术基础。然而，乔治城大学教育与劳动力中心所做的权威分析预计，未来 10 年里，仅有 5% 的新员工需要在代数方面达到精通或以上的水平。如果说我们缺少具备 STEM 文凭的毕业生，那么同样关键的一个问题是，有多少岗位是面向具备这些技能的应聘者的？乔治城大学教育与劳动力中心今年 1 月的一项分析发现，工程专业毕业生有 7.5% 失业，计算机科学专业毕业生有 8.2% 失业。

伊利诺伊大学的彼得·布朗恩费尔德 (Peter Braunfeld) 告诉他的学生们：“没有数学，我们的文明就会崩溃。”他说得绝对正确。

代数算法支撑着动画电影、投资策略和机票价格。我们需要有人懂得这些是如何运作的，并在人类社会的各个前沿向前推进。

显然，数量知识在衡量各项公共政策——从《平价医疗法》(Affordable Care Act) 到环境监管的成本与效益，再到气候变化的影响方面很有用。很明显，有能力发现并揭示在数字背后起作用的意识形态很有用。我们正快步迈向统计时代，这对“知情公民”提出更高要求。我们所需要的不是教科书里的公式，而是对各种数字的来龙去脉以及它们实际上传达了什么意思有更深入的了解。

那么，有关数学让我们思维更敏锐、让我们无论作为个人还是公民主体在智力上更娴熟的说法呢？的确，数学要求脑力方面的投入。然而，没有证据表明，能证明就会带来更可信的政见或社会分析。

很多艰难完成了传统数学课程的人都觉得，这样做磨灭了他们的个性。这可能（也可能不）说明这样一个事实：一些机构和职业往往只是为了摆出严谨的样子而设置先决条件——这很难成为维持这么多数学要求的合理依据。针对兽医技术员的认证项目要求他们学习代数，尽管我所见过的毕业生中，没有一个曾在诊断和治疗病人时用到代数。像哈佛大学医学院和约翰·霍普金斯大学医学院这样的医学院要求所有申请人学过微积分，即便在临床教学大纲中根本没有微积分课程，更别提以后的行医实践了。数学被当成了一个筐、一个徽章、一个用来给局外人留下深刻印象并提升某种职业地位的图腾。

不难理解加州理工学院和麻省理工学院要求所有学生都精通数学。但想弄明白未来的诗人和哲学家为何也要面临很高的数学门槛，就没那么容易了。实际上，一刀切地要求学习代数会扭曲学生群体的构成，未必是件好事。

我想做个乐观的总结。数学——无论是纯数学还是应用数学——都是人类文明（从美学到电子领域）的有机组成部分。但就多数成年人而言，他们对数学在更大程度上是害怕和敬畏，而不是理解。很明显，要求人人学代数，并没有增进我们对数学的欣赏，尽管有人把数学视为一种召唤，称其为“宇宙的诗歌”。（有多少大学毕业生记得“费马猜想”是怎么回事？）

这门学科阻止了许多人取得非凡成就。与其把大量学术精力投入这门学科，我提议我们开始考虑替代科目。那么，各级学校的数学教师都可以创建我所称的“公民统计学”方面的引人入胜的课程。这不会是改头换面后的代数（就像跳级教学大纲里的课程那样），也不会聚焦于学者们在写给同

行看的论文中用到的方程式。相反，它会让学生熟悉那些描述和界定我们的个人与公共生活的各种数字。

比如，这门课可以告诉学生，消费价格指数（Consumer Price Index，简称 CPI）是如何计算的、包含哪些类别以及构成指数的各个类别如何分配权重，然后可以对哪些类别应该被纳入 CPI，它们分别应当获得多大权重开展讨论。

这未必意味着“弱智化”。研究数字的可靠性，可能与几何一样费神。越来越多的大学要求开设“数量推理”课程。事实上，我们应该从幼儿园开始教这门课。

我希望数学教学部门也能开设关于这门学科的历史、理念以及它在早期文化中的应用的课程。何不讲授艺术、音乐，甚至诗歌中蕴含的数学？连同数学在各个科学领域的角色？目的在于将数学当作一门人文学科，让它像雕塑或芭蕾那样容易接近、受人欢迎。如果我们重新思考这门课的构思，消息会散播出去，学习数学的人必定会增加。这只会起到帮助作用。2010 年，有 170 万毕业生被授予学士学位，但获得数学学士学位的只有 15396 人，不足 1%。

从密歇根州到密西西比州，我观察过许多高中和大学课堂。老师的认真教学以及勤奋的学生让我印象深刻。我承认，如果不惜投入资源，我们可以让很多辍学的学生重回校园，帮助他们通过二次方程的考试。然而，那样就误用了老师的授课才能和学生的努力。如果我们减轻（而非增加）年

轻人的数学课负担，会好得多。（话说回来，我不提倡让那些被认为不用功的学生上职业学校。认为他们不用功几乎总是不公平的。）

是的，不管他们愿意与否，年轻人都应该学习如何读写，如何做长除法。但是，我们没有理由强迫他们掌握向量夹角和非连续函数。我们把数学当作一块巨石，让大家都使劲推，却不去评估这一切痛苦会带来什么成果。那么，我们为什么要要求每个人都学那么多数学，却没有替代课程或例外安排？迄今我还没找到一个令人信服的答案。

摘自《纽约时报》。作者 Andrew Hacker 是纽约城市大学皇后学院的一名政治科学教授。他是《高等教育？大学是如何浪费我们的金钱并让孩子失败的——我们能做什么》一书的联合作者之一。

opposition

学习代数非常必要！

Evelyn Lamb / 文 袁晓明 / 译

在一期周日的《纽约时报》上，政治学教授 Andrew Hacker 提出“代数学是否有用”这个问题，他的答案是“没用”。事实上，不仅是代数学，还有几何学与微积分学都碰到类似问题。Hacker 并不是认为数学不重要，他是觉得需要一些“更定量化的技巧”，比如统计学，来取代传统的

方法。

很多人已经对 Hacker 的专栏文章做出了回应^[1]。我强烈推荐 Rob Knop, Daniel Willingham 和 RiShawn Biddle 等人的文章。

Hacker 的文章有太多值得商榷的地方，以至于我都不