



## 哥廷根数学的人和事

王涛

哥廷根数学学派的兴起堪称是数学史上最为璀璨的篇章之一，在 20 世纪的前 30 年里，哥廷根这座不起眼的小城绝对是世界数学的中心，被誉为数学圣地，有数学的“麦加”之称。伟大的数学传统、浓厚的学术氛围使每一个数学家陶醉，而哥廷根数学的人和事更是一道靓丽的风景线。

哥廷根数学的伟大传统，为高斯（C. F. Gauss, 1777-1855）首创。其继任者都是德国最有声望的数学家，如狄利克雷（P. G. L. Dirichlet, 1805-1859）和黎曼（G. F. B. Riemann, 1826-1866）。虽然他们推进了高斯的事业，但和高斯一样，他们都未能给哥廷根带来黄金岁月。不仅如此，1866 年，随着 19 世纪最富独创性的数学家黎曼的去世，哥廷根大学的数学进入了一段相对比较困难的时期。而与此同时，德国几乎所有的大学——莱比锡、哥尼斯堡、埃尔朗根、波恩——都有知名的数学教授。在克莱因（F. Klein, 1849-1925）1886 年到达哥廷根大学之前，哥廷根大学并不具有优势，数学教授席位一度空缺甚至找不到合适的替代者，这与当时柏林大学数学人才济济、兴旺发达的局面形成了鲜明的对比。



哥廷根数学传统的缔造者、被誉为数学王子的高斯（1777-1855）



高斯的继任者——狄利克雷（1805-1859），他曾先后在柏林大学和哥廷根大学任教授

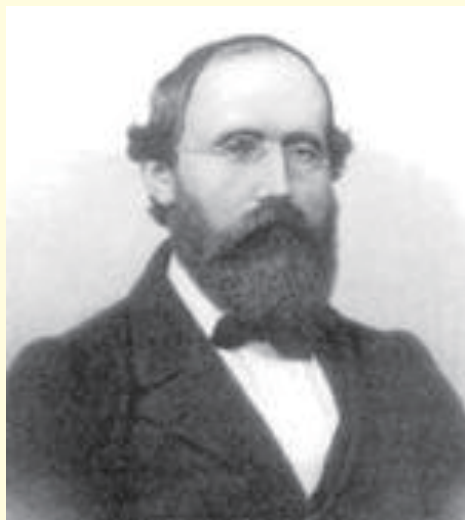


亚历山大·冯·洪堡（1769-1859）

### 柏林大学数学的兴起

19 世纪中叶的德意志远不是一个统一的国家，而是分为大大小小的邦国。哥廷根位于汉诺威王国内，柏林位于普鲁士王国内。其中普鲁士柏林大学的兴起绝对值得一提。

1806 年第四次反法同盟失败，作为同盟国之一的普鲁士几乎全军覆没，不久，柏林也陷落。拿破仑残忍地对待了普鲁士，这使得普鲁士发誓要报仇。施泰因、哈登堡、洪堡从政治、经济、军事和教育各个方面对普鲁士进行了改革，



狄利克雷的继任者、高斯的得意弟子黎曼（1826-1866），曾跟随狄利克雷在柏林学习过一段时间

其中教育改革是重中之重。1809 年，出生于波茨坦贵族家庭的威廉·冯·洪堡（Wilhelm von Humboldt, 1767-1835）出任普鲁士教育文化部部长，掌管普鲁士所有的教育文化事务，在短暂的任期内，洪堡改革了普鲁士引以为傲的教育制度。洪堡建立了新的教育制度，设初等教育、中等教育和高等教育三个层次；采用新的教学法，规定只有受过训练的合格教师才能任教。不少德国顶级数学家都曾在中学任教，包括晚年被视为德意志民族英雄的魏尔斯特拉斯（K. Weierstrass, 1815-1897），当时很多成果都需要他拍板才能获得认可，比如 1882 年林德曼（C. L. F. Lindemann, 1852-1939）证明  $\pi$  的超越性。

洪堡的教育改革得到了普鲁士国王威廉三世的支持，威廉三世不仅接受了洪堡的建议，甚至不惜将豪华的王宫——海因利希宫贡献出来作校舍，筹建一所重点大学。就这样，一所以国王的名字——弗里德里希·威廉命名的大学成立了，这就是现在著名的柏林大学。国王威廉三世甚至用自己的家底每年为柏林大学拨款 15 万塔勒。当时他给教授们说道：“这个国家必须用它精神上的力量来弥补它物质上的损失，……，教育不仅不会使国家贫穷，相反教育是摆脱贫困的最好手段！”

由于洪堡巨大的贡献，柏林大学也被称为“洪堡大学”。

在柏林大学的创办和发展过程中，亚历山大·冯·洪堡（Alexander von Humboldt, 1769-1859）发挥了重要的作用。亚历山大·冯·洪堡是威廉·冯·洪堡的弟弟，著名的自然科





柏林三巨头。从左至右：魏尔斯特拉斯（1815-1897）是柏林学派的领袖，在德国享有巨大的威望；克罗内克的老师库默尔（1810-1893）；直觉主义的先驱——克罗内克（1823-1891）

学家和探险家。他是世界上第一个大学地理系——柏林大学地理系的首任系主任。亚历山大·冯·洪堡非常喜欢数学，对德国数学界的影响很大。比如，1826年他曾给年轻的狄利克雷写过推荐信，推荐他到柏林大学任职；帮助雅克比（C. G. J. Jacobi, 1804-1851）争取过津贴，还与克罗内克（L. Kronecker, 1823-1891）熟识；此外，他还帮助过高斯、史坦纳（Steinner, 1796-1863）和库默尔（E. E. Kummer, 1810-1893）任教授等职位。为了纪念这位伟大的科学家，柏林大学于1860年设立了著名的洪堡基金。得到资助的学者一般被称为洪堡学者，我国有不少学者都曾得到过洪堡基金的资助。

这比哥廷根大学创办晚75年的柏林大学赋予了大学以新的含义——学术研究。大学的意义不仅在于教学，还在于科学研究，探求真理，这就是柏林大学的理念，这一理念代表着新型大学的发展方向。与纯粹由普鲁士人建立的新型研究型大学相比，由英国人建立的哥廷根大学似乎更注重绅士教育，这点在高斯身上体现得淋漓尽致。但不管怎么说，19世纪30年代柏林大学正式有了数学系，狄利克雷被聘为柏林大学的教授。

### 哥廷根数学的阵痛

柏林大学的兴起是普鲁士整个国家兴旺发达的一个缩影。普鲁士逐渐地强大起来并试图完成时代赋予它的使命——结束德国分裂的局面。从哥廷根大学毕业的普鲁士首相俾斯麦开始了德意志铁与血的统一。1866年，也就是黎曼去世的那一年，普奥战争爆发并以《布拉格和约》而告终，战时协助奥地利的汉诺威被普鲁士吞并，哥廷根大学的地位一落千丈。而与之相反，柏林则从普鲁士这个邦国的首都一跃成为北德意志联邦的首都，5年之后，柏林又成为整个德意志联邦的首都，柏林大学的地位得到了极大的提升。有一件事能反映出柏林对于哥廷根的数学优势，黎曼去世后哥廷



哥廷根辉煌的缔造者——克莱因（1849-1925）



哥廷根辉煌的缔造者——希尔伯特（1862-1943）

根曾试图聘请柏林大学的克罗内克，但克罗内克婉言谢绝了，原因是柏林的学习、工作、生活环境使克罗内克感到满意。其实不仅如此，柏林大学的数学在魏尔斯特拉斯、库默尔和克罗内克的领导下已经发展到一个相当的层次，在函数论、数论、几何基础方向都有很强的实力，并且形成了一个学派，这就是数学史上著名的柏林学派。

但阵痛过后哥廷根终于迎来了自己的辉煌，这一辉煌缔造出一个新的学派——哥廷根学派。到19世纪末期，

随着柏林三巨头的去世，柏林大学的优势逐渐丧失，到 20 世纪初，局势已经完全逆转过来了。1902 年，随着富克斯(I. L. Fuchs, 1833-1902) 的去世，柏林大学试图聘请哥廷根的希尔伯特(D. Hilbert, 1862-1943) 来继任这个位置，希尔伯特不仅拒绝了这一任命，相反他还建议克莱因要求德意志教育文化部部长阿尔道夫(F. Althoff, 1839-1908) 在哥廷根增设一个数学教授席位，并且聘请他的好友闵科夫斯基(H. Minkowski, 1864-1909) 来担任这个位置，这一建议也被阿尔道夫采纳。克莱因与阿尔道夫相识于普法战争(1870-1871 年)，他们彼此非常尊重对方。由于这层关系的存在，阿尔道夫非常支持哥廷根数学的发展，这样到了 1902 年，哥廷根在数学教授的数量上也赶上和超过了柏林大学，由此哥廷根数学开始了真正意义上的黄金时代。

在多数描写哥廷根数学的资料中，过多的笔墨留在了高斯、狄利克雷、黎曼、克莱因和希尔伯特那里。然而黎曼 1866 年去世之后的继任者是谁？在克莱因 1886 年到哥廷根任教授之前，哥廷根的数学又是如何发展的呢？

### 黎曼的继任者——克莱布什

克莱布什(A. Clebsch, 1833-1872) 生于东普鲁士的哥尼斯堡，1850 年入哥尼斯堡大学，深受两位老师黑塞(Hesse) 和里奇劳特(F. Richelot) 的影响，他们都是雅克比的学生。实际上，克莱布什从未与雅克比谋面，因为雅克比在他入学后第二年(1851 年) 就去世了，但克莱



克莱布什(1833-1872)

布什通过收集雅克比的全集而受到了雅克比的影响。1854 年克莱布什到柏林深造。1858 年到 1863 年在卡尔斯鲁厄(Karlsruhe) 任理论力学教授，其后又在吉森(Giessen) 任数学教授。1868 年克莱布什移居哥廷根，成为黎曼的继任者。同年，他与纽曼(C. G. Neumann, 1832-1925) 一起创办了一份重要的数学杂志《数学年刊》(*Mathematische Annalen*)，这是一份非常有影响的杂志，希尔伯特从 1902 年起一直担任该刊的主编。

克莱布什早期工作的兴趣在数学物理方面，他对变分法和微分方程也有研究，但克莱布什最主要的工作是代数几何。代数几何是 19 世纪最伟大的数学创造之一，100 多年来已发展成为数学的核心部分，它与所有数学分支都有着密不可分的联系并推动着它们的发展。代数几何学的研究对象是由多项式方程或方程组所定义的代数簇。代数簇的特殊情形是代数曲线和代数曲面。

克莱布什研究的主要是复数域上的代数曲线和代数曲面。代数几何的中心问题是分类，19 世纪中叶代数曲线的分类由黎曼所奠定，并由克莱布什继承。为了对曲线进行分类，克莱布什首次引入连通、亏格等概念，证明了一系列有关定理。克莱布什明确指出，代数几何学研究双有理变换及其不变量，而他本人正是以这种观点研究代数曲线和代数曲面的。

克莱布什开创了德国的代数几何学派，他和黎曼被称为是经典代数几何的奠基人。他的学生布瑞尔(A. W. V. Brill, 1842-1935) 和 M. 诺特(M. Noether, 1844-1921) 继承发展了克莱布什的思想，他们都是当时著名的代数几何学家。而 M. 诺特正是数学史上最伟大的女数学家 E. 诺特(E. Noether, 1855-1935) 的父亲，后来 E. 诺特来到了哥廷根，在哥廷根数学的发展中发挥了不可估量的作用。像 M. 诺特和 E. 诺特这样父女同为杰出数学家的组合在数学史上似乎并不多见。

然而自高斯去世之后，哥廷根大学的数学教授似乎中了一个魔咒：其继任者都没能在这个职位上干多长时间。狄利克雷在这个位置上只待了 4 年就去世了。而其继任者黎曼在担任这个职位 3 年后感染了胸膜炎，后期一直在意大利养病。作为黎曼的继任者，克莱布什也没能幸免，在他任教授 4 年后由于患白喉病而去世。

数学教授的频繁更迭对哥廷根数学的发展相当不利。

### 把自己置于危险境地——富克斯

克莱布什的继任者是富克斯，富克斯于 1874 年来到哥廷根。然而富克斯来到哥廷根大学不到一年，便接受了海德堡大学的任命而离去，这又从侧面说明了哥廷根当时甚至与海德堡相比也没有多大的优势，在康斯坦丝·瑞德《希尔伯