# 《数学文化》2013 年第 2 期数学趣题答案

## 2012 与 4：

1

很显然，答案是多种多样的，譬如将 503 个 4 相加，就能得到 2012。以下给出一些较为简单（即使用 4 的个数较少）的答案：

$444\times4+4^4-4\times4-4=2012$ （9 个 4）

$4\times(4^4+4^4)-44+4+4$ （9 个 4）

$44\times44+44+(4+4)\times4$ （9 个 4）

$4^4\times(4+4)-44+4+4$ （8 个 4）

$44\times44+4!+4!+4!+4$ （8 个 4）

$4(444-4)+4^4-4$ （8 个 4）

$\sqrt{44^4}+4!\times4-4!+4$ （7 个 4）

$(4^4-4)\times(4+4)-4$ （6 个 4）

$(4^4-4)\times4\times\sqrt{4}-4$ （6 个 4）

$(4\sqrt{4})!\div(4!-4)-4$ （5 个 4）

$(4+4)!/(4!-4)-4$ （5 个 4）

## 三针重合：

3

首先，与传统的连续性旋转的时钟题不同，秒针每分钟都与其他两针重合一次，所以可以忽略秒针：只要时针分针重合，秒针总能与之重合。11：00 → 2：00 → 13：00 之间，时针分针只能重合一次。其余钟点，每小时内，时针分针重合一次。综上所述，一天 24 时内，时针分钟秒钟可重合 22 次。

## 劣质时钟：

2


$\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 如图所示。

设 $\alpha=k\times30^\circ+\alpha_0$，$\beta=l\times30^\circ+\beta_0$，其中 $\alpha_0$ 和 $\beta_0$ 是指针超过最后一个整数刻度的角度，$k$ 和 l 为位于 [0, 12] 内的整数。

由于时针每转过 30°，分针都转过 360°，所以，若分针指针互换后仍然是一个有效的时间，则有：

$$\begin{cases}\dfrac{\beta}{360^\circ}=\dfrac{\alpha_0}{30^\circ}=\dfrac{\alpha}{30^\circ}-k & ①\\[2mm] \dfrac{\alpha}{360^\circ}=\dfrac{\beta_0}{30^\circ}=\dfrac{\beta}{30^\circ}-l & ②\end{cases}$$

由 ①，得 $\beta=12\alpha-360^\circ k$。将其带入②化简得

$$\alpha=\frac{360^\circ(12k+l)}{143}，于是\ \beta=\frac{360^\circ(k+12l)}{143}。$$

如果 $k=l$，交换时针分针后仍然是相同的时刻，此种情况下可以正常判断时间。

对于其余的 $A_{12}^2=132$ 种 $k\neq l$ 的情况，则无法做出判断。

因此答案为 132。

## 污损的账单：

4

设 $N$ 分为单价，而 $X$, $Y$ 分别是账单中缺掉的第一个和最后一个数字，则数字 $X293Y$（即具有值 $X\times10000+2000+900+30+Y$ 的数）必等于 22 乘 $N$，这样 $X293Y$ 恰好同时被 11 和 2 两者除尽，这意味着 $Y$ 必是偶数。

由于单价大于 25 元，$22N>22\times2500=55\,000$，因而 $X=6, 7, 8$ 或 9。11 是 $22N$ 的因数，从而也是 $X293Y$ 的因数。

利用对 11 的可除性检验法（各位数字的交错和被 11 除尽）我们有：

（记号：$11|X293Y$ 表示 11 恰好除尽 $X293Y$）

$11|X293Y\Rightarrow11|X-2+9-3+Y\Rightarrow11|X+Y+4$.

如果 $X=6$, $11|(6+Y+4)\Rightarrow11|(10+Y)\Rightarrow Y=1$，但我们需要 $Y$ 是偶数；

如果 $X=7$, $11|(7+Y+4)\Rightarrow11|(11+Y)\Rightarrow Y=0$，它是可接受的；

如果 $X=8$, $11|(8+Y+4)\Rightarrow11|(12+Y)\Rightarrow Y$ 不是个位数；

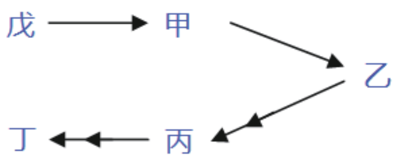
如果 $X=9$, $11|(9+Y+4)\Rightarrow11|(13+Y)\Rightarrow Y=9$，但我们需要 $Y$ 是偶数。因此 $22N=72930$，则 $N=3315$。

所以单价是 33.15 元。

5

## 狼与羊：

设单箭头表示“某某说某某是羊”且双箭头表示“某某说某某是狼”。然后我们有：




假设戊是羊，则他说的是真话。因此：甲是羊，乙是羊，丙是狼，丁是羊。

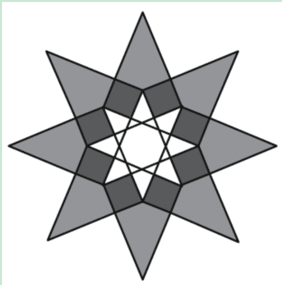
但这是不可能的，因为戊和甲两者都是羊与丁所说矛盾，这说明戊不是羊。因此戊是狼，所说的是假话，

从而有：甲是狼，乙是狼，丙是羊，丁是狼。故总共有 4 只狼。

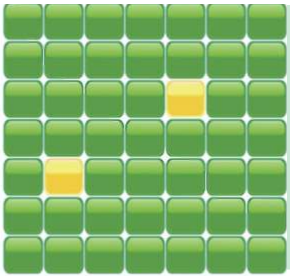
## 本期数学趣题

1

如图所示的白色正八角星，被 8 个边长为 1 的小正方形 ( 深灰色部分 ) 和 8 个“风筝形”( 浅灰色部分 ) 包围，求每个“风筝形”的面积。



2



一个 7×7 的棋盘的 2 个方格填黄色，其余的方格填绿色。如果一种填色法可从另一种填色法经过在棋盘的平面中的旋转而得到，那么这两种填色法视作同一种。问有多少种不同的填色法？

3

一次考试有 200 名学生参加，分数是 1 到 100 的自然数。这 200 人的总成绩是 10101 分。请问，至少有几名同学会得到同一个分数？

4

话说月老是个马大哈，闭着眼睛将红绳乱拴一气，到头来不知多少痴男怨女被错配鸳鸯，有情无缘。只不知道他老人家糊涂到什么程度，哪怕只拴对了一对儿也好嘛。问：五对注定姻缘的男女，连一对儿都拴不对的可能性有多大？


5

数学老师和班主任打赌，班上的 50 名同学中，至少有两个同学生日相同。输家要请对方吃大餐，班主任信心满满准备痛宰对方一顿，毕竟一年 365 天，自己赢面居多。事实真的象他所想的那样吗？