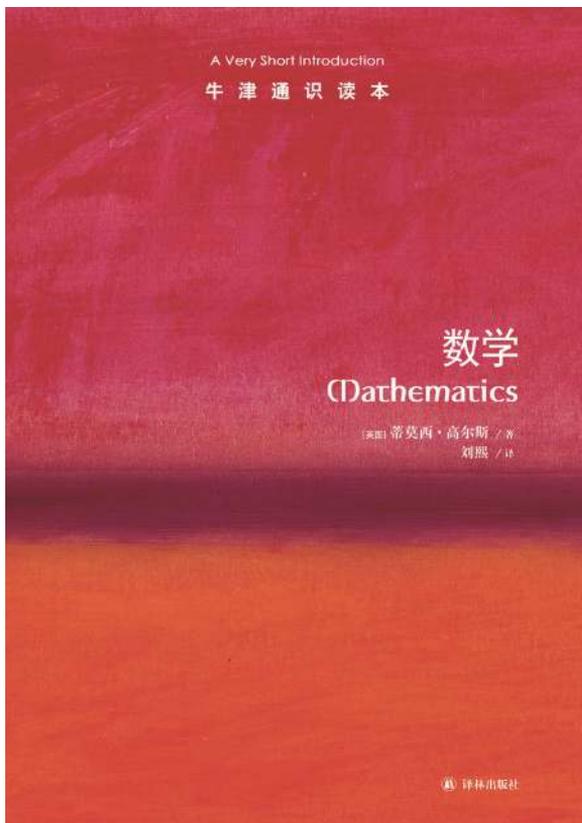


# 《牛津通识读本：数学》

李大潜

**编者按：**牛津通识读本系列是由牛津大学出版社自1995年开始陆续出版的一套系列丛书。这套书的每一本都对一个特定的主题进行简洁而精炼的介绍。几乎所有的读本都是由公认的专家撰写，篇幅为100-150页，并包括进一步深度阅读的建议。作者们往往提供了个人的见解，但每个读本都力图做到中立和完整。该系列丛书已达200多本，包括菲尔兹奖得主、剑桥大学数学教授蒂莫西·高尔斯撰写的《牛津通识读本：数学》。该书的中译本2014年由译林出版社出版，并由复旦大学李大潜院士为本书作序。承蒙译林出版社和李院士的允许，本刊借用这个序言，向广大读者推荐此书。



数学是绝大多数人学得最多的一门功课，但对于“数学是什么？”这一看来很普通的问题，却很难一下子给出一个使公众满意的回答。按照恩格斯的说法，数学是以现实世界的空间形式和数量关系为研究对象的。尽管人们现在对空间形式和数量关系的理解已经大大深化和拓展了，但作为一种哲学的概括，恩格斯的这一论断应该说并没有过时，也便于向公众表述并为公众所接受。然而，要真正深入地回答“数学是什么？”这个问题，不能仅仅从定义出发，而必须涉及数学的具体内涵，做一些比较深入的解释和说明，才能达到使人信服的效果。但是，要这样做，会常常碰到下面两个似乎难以克服的技术上的困难：

第一，数学内涵的展现离不开众多的术语、记号和公式。在公众对有关的数学内涵感到兴趣并开始有所领悟之前，很可能早已为这些术语、记号和公式搞得晕头转向、甚至望而却步了。

第二，数学内涵的展现同样离不开必要的逻辑推理。推理若过分严密，很难引起公众的兴趣；但若过于粗疏，语焉不详，则又易使人不得要领。

本书中，看不到很多的术语、记号和公式，对有关的数学概念及内涵一律用简明而生动的语言来介

绍，既似如数家珍，娓娓道来，又举重若轻，高屋建瓴，反而更好地揭示了本质。不熟悉有关数学内容的读者，会感到茅塞顿开、豁然开朗；而已经熟悉有关内容的读者，也会有如沐春风、别开生面的感受。书中在论述极限时，用有限来刻画无限的生动而细致的处理方式，虽然本质上是经典的  $\varepsilon$ - $N$ （或  $\varepsilon$ - $\delta$ ）数学描述的一套直观而通俗的说法，但脱离了数学记号和公式，更显得清楚和亲切，就是一个典型的范例。书中对黄金分割比是一个无理数的证明、用地图册来介绍微分流形的概念等等，都同样独具匠心，可圈可点。另一方面，作者在不便于或不需要进行严格数学推导的时候，会巧妙地绕过去，但对于必要的推导和论证，绝不偷工减料，而是不遗余力地以十分详尽的方式加以说明，一步步地将读者引向有关的结论，同时也加深了读者对逻辑论证严密性的理解。在这方面，关于数系的扩张、关于  $\sqrt{2}$  是无理数的证明、关于平行公理的独立性等段落，都是倾心着力撰写的。正因为作者做了如此认真的努力，这一本篇幅不大的书显得出类拔萃，应该说为现有众多的数学科普读物提供了一个楷模。能够做到这一点，而且做得如此出色，不言而喻，归根结底是和作者深厚的数学功力、对数学内涵及其精神实质的深刻理解和把握分不开的。

本书一开始就讲了数学建模，指出数学研究的对象只是有关现实世界的数学模型，同时，指出有关的数学模型并不真正是相应的现实世界，而只是它的一个近似的代表与反映。在书中作者反复强调并解释的是他的一个基本的观点：对于数学，不要问它是什么，而只要问它能做什么。这一抽象化的思考方法，将重点放在数学内部体系的相容性，强调新的数学概念、方法与内容和已有的数学体系应自然地融为一体，强调要将有关的数学内容脱离其物理上的实在，变为符合一些特定规则的记号，就会更利于应用，更利于正确地理解高等的数学。作者在书中举出指数函数、圆的面积、高维空间、分数维的几何等等一系列的例

子来阐明这一观点对克服难关、深入理解与拓展数学概念所带来的好处。这是很有启发性的，也是很自然的，反映了抽象思维的必要性和优越性。由于有关的数学模型虽然只是现实世界的一个近似的代表，但毕竟是一个代表，适应于它的一些规则一开始并不是凭空而来的，而是从现实世界中移植、挪用或抽象过来的，对不同的现实世界可能引入不同的规则，也会造成不同的数学对象（不满足乘法交换律的矩阵，就是一个例子）。数学与现实世界的关系，套用一句文艺界的术语，看来应该是源于生活、高于生活的关系。如果作者在强调他的上述观点及做法的同时，也能够强调，数学要真正得到原创性的重大进展，除了要密切关注及面对数学内部的矛盾运动外，还要密切关注现实世界（包括其他科学技术）对数学提出的问题和需求，努力从外部世界中汲取生动活泼、丰富多彩的营养，应努力使二者相互促进、相得益彰，是不是会更全面、更富有启发性呢？

本书的作者蒂莫西·高尔斯（Timothy Gowers）教授是1998年获得菲尔兹奖的著名数学家。2000年当我在法国巴黎访问时，因美国克雷研究所（Clay Mathematics Institute）给法国科学院院士阿兰·孔涅（Alain Connes）教授颁发一个大奖，曾在法兰西学院（Collège de France）的讲演大厅里召开过颁奖会。会上蒂莫西·高尔斯教授应邀做了一个公众讲演。他在强调数学是一个整体的时候曾说，如果把所有的数学分支按是否有联系组成一个网络，一定是一个连通的网路，而不会有一些学科，尽管它们看来与其他分支联系很少，游离于整个数学这一大网络之外。这正像有些人有很多亲戚朋友，有些则很少，但整个社会的人群所组成的网络仍是连通的一样。他的这一观点及如此通俗易懂的说法曾给我留下了深刻的印象，从这个意义上说，我和他已有一面之缘。这次有机会看到他这一本颇具特色的数学科普著作的中译本问世，也是一件幸事。