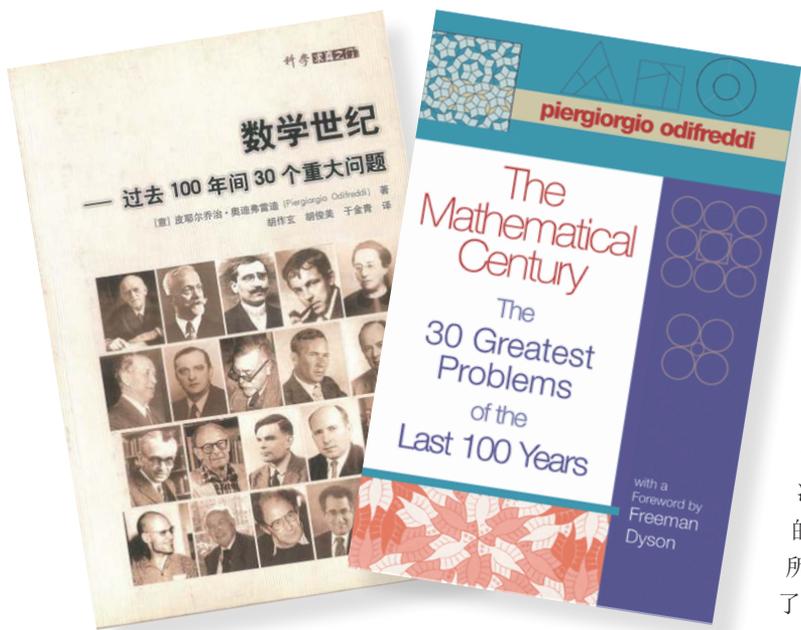


二十世纪数学的入门书： 《数学世纪——过去 100 年间 30 个重大问题》

王涛



20 世纪以来，科学技术取得了巨大进展，应用性也大大增强。物理、生物、医学的进步，人们感受得实实在在，它们的进步多多少少有实物为例证。不懂等离子体是什么，不妨碍他们看液晶电视；不懂 DNA 是什么，照样可以去做亲子鉴定。数学就不尽然了，它的进步主要体现在新领域新学科的建立发展以及重要问题的解决。微积分已经很难懂，可那还是 300 多年前的数学，考虑到 20 世纪数学的艰深与广阔，使得理解这部分数学更是难上加难了。令人欣喜的是，《数学世纪——过去 100 年间 30 个重大问题》（以下简称《数学世纪》）对这个问题做了一个不错的尝试。

《数学世纪》原文为意大利文，2000 年在意大利出版，2004 年被译为英文与法文。此外还有荷兰文版与西班牙文版发行。中文版于 2012 年问世，由著

名数学史家胡作玄先生领衔翻译，主要依据英文版翻译而来，并订正了其中的不少错误。译文质量较高，可基本保障中文读者流畅地阅读。此外，中文版数学家压阵的封面也比意大利文版与英文版要传神。唯一的不足就是中文版出现得有些晚，使得原文中的不少材料成为明日黄花。

从中英文版副标题“过去 100 年间 30 个重大问题”来看，《数学世纪》主要通过选取在 20 世纪被解决的重大问题来概括本世纪数学发展的全貌。由于问题选择的标准很多，所以为了尽量客观，《数学世纪》选取了希尔伯特问题与菲尔兹奖、沃尔夫奖¹获得者所解决的问题，毕竟它们是数学共同体内公认的最重要的问题。在

应用数学、数学与计算机领域问题的选取上，《数学世纪》主要参考的是诺贝尔经济学奖与图灵奖获得者的成就。

《数学世纪》原文的作者奥迪弗雷迪 (P. Odifreddi, 1950-) 是一位著名的数理逻辑专家，同时他还是一位甚有影响的数学科普作家。由于奥迪弗雷迪的逻辑专业出身，使得《数学世纪》具有以下特色：

强调对数学的整体认识

《数学世纪》带有深刻的科技哲学分析，特别是导论部分，强调了对数学的整体认识，提出了很多精

¹ 当时阿贝尔奖还未设立。

辟的见解。比如纯粹数学虽然高度抽象化，但是深刻的、富有成果的抽象始终根植于具体问题与直觉之中，所以它们是能够普及的，是可以用经典的概念来解释的。对于那些肤浅的、没有结果的抽象则根本没有普及之必要，因为它们在数学上也是无用的。这反映出奥迪弗雷迪的科普理念，从最简单的例子开始讲起，更多地借助直观，而不是抽象的概念与公式。

大量采用类比是导论经常采用的一种方法。如出版物每年发表大量无意义的数学结果，奥迪弗雷迪将其比喻为工业社会典型的低成本生产低质量商品，这种生产方式对“环境”与“消费者”十分有害。在我国，一些数学工作者的简历中常强调发表了多少篇论文，却对自己研究的问题只字不提，这是一种不正常的现象。数学超级专业化下的一些子领域与学科则被奥迪弗雷迪比喻为大树干瘪的、萎缩的细枝，常常自然走向死亡；而那些健康而繁茂的枝杈，才是数学应该发展的方向。

如果读者还想获得更宽广的视角，那么可以回过头来读戴森 (F. Dyson, 1923-) ² 为英译本所写的序言，看看物理学家如何看待 20 世纪的数学。戴森将科学家分为笛卡尔派 (理性主义) 与培根派 (经验主义)，戴森本人属于培根派，而奥迪弗雷迪属于笛卡尔派，所以《数学世纪》的论述风格是笛卡尔式的。如果读者觉得仍不过瘾，还可以参看戴森的《飞鸟与青蛙》(Birds and Frogs) ³，其中他在笛卡尔派与培根派的基础上又引申出“飞鸟”与“青蛙”的科学及数学。

重视数学基础

由于奥迪弗雷迪的数理逻辑出身，《数学世纪》格外重视数学基础 (第一章)，专门用了一章的篇幅来论述数学基础在 20 世纪的发展，从而弥补了许多

同类文献对数学基础避而不谈的空白。《数学世纪》对数学基础的概述，总体上体现出“从集合到复杂性”的发展特点，这也是意大利文版的副标题。但是需要指出的是：在今天，数学基础与其它数学领域有联系但并不密切，大部分数学家与数学研究不受数学基础的影响。但是另一方面，计算机科学的发展使得数学基础重新受到重视。

历史上对实数的研究是导致集合论产生的原因之一，正当康托尔 (G. Cantor, 1845-1918) 建立的朴素集合论被部分数学家逐渐接纳作为数学基础的时候，它受到了罗素悖论的沉重打击，并进而引发了第三次数学危机。数学家们开始采用公理化的方法来消除悖论，推动了公理化集合论的发展。数学家们一度陷于“真理越辩越明”的困扰之中，而哥德尔 (K. F. Gödel, 1906-1978) 不完全性定理的证明发表之后，大部分数学家开始“只干不争论”。

在集合论的基础上，法国一群年轻的数学家以布尔巴基 (N. J. Bourbaki) 为名组建了一个秘密社团 ⁴，他们将纯粹数学建立在集合论的基础上，通过引入代数、拓扑、序三种基本结构来构造更加复杂的结构，用公理化方法构建出整个数学大厦。布尔巴基一度统治数学界一二十年，但他们的数学构建将应用数学与计算数学排除在外，大大缩小了数学的研究领域。

结构的进一步发展是范畴。比起结构，范畴是一个更加复杂的对象，它是对结构的进一步推广。范畴不仅考虑对象的集合，还考虑对象间映射的集合，成为一个比结构还广阔且完全独立的数学基础。然而这些都不适合于计算机科学。1933 年，丘奇 (A. Church, 1903-1995) 提出 λ 演算的思想，通过将函数与集合对应建立数学基础。由于他得出的 λ 可定义函数恰是一般递归函数，这其实正是算法的概念，这些概念与理论最终发展为递归论。希尔伯特第 10 问题就是一个这样的问题。

兼顾纯粹数学与应用数学、数学与计算机

20 世纪数学的核心部分是纯粹数学，它以集合、结构、范畴为基础。核心部分最为抽象，越向外越与现实接近，因而也就越实用。这种在纯粹数学基础上扩张出去的部分一般被称为应用数学或计算数学。值得注意的是，它们不一定有非常明显的界限，而且应用数学、计算数学也不一定比纯粹数学简单。《数学世纪》很好地意识到这一点，在纯粹数学与应用数学、数学与计算机的概述上取得了某种平衡。

² 英裔美籍物理学家，沃尔夫物理学奖得主。关于他的生平，可参见林开亮，弗里曼·戴森：科学家与作家的一生，科学文化评论，2013,10(3):82-101。

³ Dyson F. Birds and frogs. Notices of the AMS. 2009, 56(2): 212-223. 有中译文，飞鸟与青蛙，赵振江译，数学译林，2010, 29(1): 71-84。

⁴ Mashaal M. Bourbaki: A Secret Society of Mathematics. Washington, DC: American Mathematical Society, 2006. 有中译本，布尔巴基：数学家的秘密社团，胡作玄，王献芬译，长沙：湖南科学技术出版社，2012。