

帕乔利：修士、数学家、现代会计学鼻祖

刘 钝

笔者是在一本名为《数学简史》¹的小书中初次见到下面这幅画的，时间是1970年初，该书作者是荷兰裔的美国数学史家斯特洛伊克（Dirk Jan Struik, 1894-2000）。整整30年后，当我在波士顿见到这位已逾期颐的老人，不禁向他坦露当年心迹：对于一个生活在文化和自然双重荒漠中的知识青年，这本小书展现的人类智慧演进的绚丽图景是比那些手抄本更具吸引力的，正是它为我日后迈入科学史这一学术殿堂埋下了伏笔²。



图1 德巴巴里《帕乔利肖像》(1495)，现藏那不勒斯卡波迪蒙特宫

¹ 斯特洛伊克著，关焯译，1956. 数学简史. 北京：科学出版社. 71.

² 刘钝. 2002. 数学、历史与马克思主义. 科学技术与辩证法. 19卷2期. 72-76.

《蒙泰费尔特罗祭坛画》，又名《圣母子与诸圣人》，画中的拱顶及其他背景体现了精准的透视法，是弗朗切斯卡最受人称赞的作品之一。画面中身着甲冑下跪的骑士就是第二代乌尔比诺公爵、也就是盖多巴尔多的父亲斐迪利哥（Federico da Montefeltro, 1422-1482），他们父子都以保护和赞助艺术闻名。位居画面中央的是圣母玛利亚和圣婴耶稣，紧挨着圣母的四个年轻女性是天使，在她们两边站着一些有名的圣徒，其中右数第三人穿着灰色僧袍，一只手扯开胸前右肋部的破洞露出“圣痕”（stigmata），这是圣方济各的典型特征。这一形象的外观年龄与作画时的帕乔利相符，与德巴巴里（Jacopo de' Barbari）绘制的肖像也有几分相似，只不过后者是 50 岁时的形象，前者还不到 30 岁而已。

1464 年，不到 20 岁的帕乔利来到威尼斯，受雇于一位富有的商人艾尔托尼奥（Ailtonio de Rompiasi），担任其三个儿子的家庭教师，很可能还兼任账房先生。威尼斯是当时商业最繁华的城市，帕乔利关于商业簿记的知识大概就与这段经历有关。1470 年帕乔利前往罗马，在著名建筑师同时也是艺术家和数学家的阿尔伯特（Leon Battista Alberti, 1404-1472）的工作室学习。他于 1473 年加入了方济各会，此时被年长的老乡弗朗切斯卡当作模特是极有可能的。在研修神学的同时，帕乔利开始在意大利各地旅行，以修士身份在佛罗伦萨及多处布道，亦曾担任过地区教长，同时他也在不同的地方讲授数学与军事科学，包括佩鲁贾、佛罗伦萨、罗马、威尼斯和那不勒斯。³

1497 年一个新的主顾找上门来，那就是权倾一时的米兰大公、斯福尔扎家族的卢多维科（Ludovico Sforza, 1452-1508）。这个雇佣军出身的家族权势有多大，用一件事就可以说明——佛罗伦萨最显赫的美第奇家族的大当家洛伦佐（Lorenzo de' Medici, 1449-1492）为了向其示好，1482 年特派精通音乐的达芬奇，带着作为礼物的竖琴前往米兰觐见卢多维科。随后达芬奇就被斯福尔扎家族罗致门下。帕乔利到来的时候，这位艺术大师正在为当时属于这个家族的圣玛丽慈悲修道院绘制《最后的晚餐》。正是在卢多维科的米兰宫廷里，帕乔利结识了达芬奇并向他讲解数学；作为回报，后者为他的《神圣比例》制作了 60 多幅版画插图。两位杰出学者在米兰的因缘际会为科学与艺术联姻作了最好的注解，直到 1499 年法王路易十二率军侵入米兰驱逐卢多维科，他们俩人又结伴逃往佛罗伦萨。

1500 年左右，帕乔利在比萨大学讲授欧几里得几何学，翌年兼任博洛尼亚大学教授。1514 年，刚升教皇圣座的列奥十世（Pope Leo X, 1475-1521）任命他为罗马大学（La Sapienza）数学教授，这一职位相当于教廷数学家，是当时天主教世界最高的数学荣誉。他的最后几年是在家乡度过的，1517 年 6 月 18 日在桑塞珀尔克罗去世。⁴

³ 王青建. 帕乔利. 1992. 世界著名科学家传记. 数学 IV. 北京: 科学出版社. 126-131.

⁴ Gleeson-White, Jane. 2011. Double Entry: How the Merchants of Venice Created Modern Finance, London: W. W. Norton & Company.

值得注意的是，画面左上方悬着一个类球状的水晶体，其表面由 18 个全等的正方形和 8 个全等的正三角形构成，西文学名 rhombicuboctahedron，可译作小斜方截半立方体，更准确的术语应该是 48 等边半正多面体；与之相对，画面右下角那个方盒状物体的上面，有一个正 12 面体模型，其表面是 12 个全等的正五边形。

正多面体在西方文化中有着特殊的意义，据说最早由毕达哥拉斯学派加以研究，其五角星形的会徽中蕴含着黄金分割关系，由此推断他们掌握正五边形的尺规作图法，而正 12 面体及其对偶正 20 面体也都与正五边形有关。

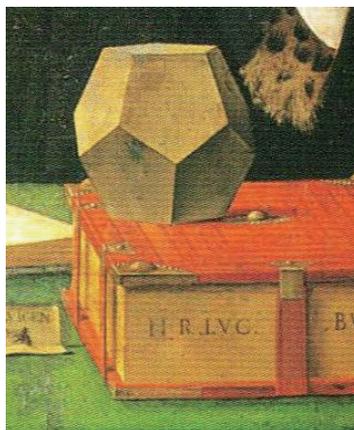
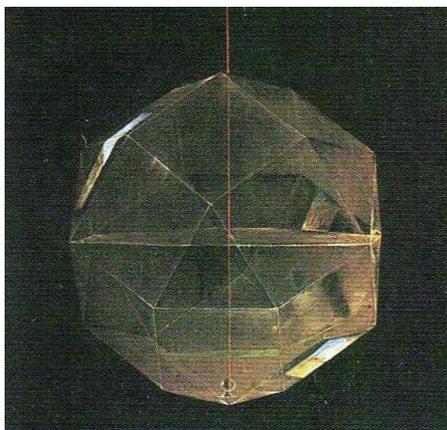


图 5 《帕乔利肖像》细部：48 等边半正多面体 图 6 《帕乔利肖像》细部：正 12 面体

罗马作家普罗克鲁斯 (Proclus, 412-485) 说公元前六世纪的毕达哥拉斯学派已经研究过正多面体，但是在欧几里得《几何原本》的一个早期版本中，注释者提到毕达哥拉斯学派仅仅知道正方体、正四面体和正 12 面体。著名的荷兰代数学家范德瓦尔登 (van der Waerden, 1903-1996) 写过一本关于西方科学萌芽的书《科学觉醒》(*Ontwakende wetenschap*)，内中提到考古学家曾在意大利帕多瓦附近发掘出一个滑石制成的正 12 面体模型，其年代早于公元前 500 年，时间和地点都与毕达哥拉斯学派活动的轨迹相近⁵。

蒂迈欧 (Timaeus of Locri, 约公元前 420- 公元前 380) 据信是毕达哥拉斯学派晚期的一个代表人物，其著作《宇宙之灵》(*On the Soul of the Universe*) 久已亡佚，但部分内容为柏拉图的《蒂迈欧篇》(*Timaeus*) 保存。在这部以对话形式写成的伟大著作中，柏拉图借蒂迈欧之口，提到由两种基本的直角三角形可以构成四种正多面体并与组成世界的四大元素相对应：正四面体对应火，正六面体对应土，正八面体对应气，正 20 面体对应水；同时还将不同的物理属性赋予这些立体以解说万物的生成与变化。书中也提到“第五个立体，造物

⁵ Van der Waerden, B. L. 1954. trans. by Dresden, Arnold. *Science Awakening*. Groningen: P. Noordhoff Ltd.