

独孤信印与秦汉酒骰的几何学

刘 钝

从独孤信及其印谈起

独孤是南北朝时代北方鲜卑族大姓，金庸小说中有个不曾露脸的武林高手就叫独孤求败，不过今天这里介绍的却是历史上的一个真实人物，他就是先后历经西魏（期间还短暂仕南梁）和北周的大将军独孤信（公元 502-557 年）。独孤信原名如顺，云中（今内蒙古托克托县）人，本是西魏八柱国之一。这些“柱国”有多厉害，说出其中的三个人就知道了：第一位是宇文泰，八柱国之首，西魏的实际统治者，其子宇文觉为北周开国皇帝；李虎，其孙李渊是唐朝开国皇帝；李弼，隋末天下大乱时瓦岗军首领李密乃是他的曾孙。

再说独孤信，史称“美容仪，善骑射”，“好自修饰，服章有殊于众，军中号为独孤郎”，某日傍晚歪戴帽子纵马入城，“诘旦，而吏民有戴帽者，咸慕信而侧帽焉”。^{1,2} 清初那个唯美主义诗人纳兰性德就把自己的首部词集取名为《侧帽集》。独孤信的武功也好生了得，曾经单枪匹马生擒敌酋。由于战功卓著，先后任别将、散骑侍郎、郡守、大都督、武卫将军、骠骑大将军、刺史、河内郡公、尚书令、大司马、太保、太宗伯等要职，最后晋封卫国公。³

独孤信共生有六子七女，六子俱任官并封侯封伯，七女都嫁了当时的权贵，其中三位成了皇后（或皇太后）：长女嫁给北周第二位皇帝宇文毓，是为明敬皇后；四女嫁给李渊的父亲李昞，后来被李渊追尊为元贞皇后；七女嫁给隋朝开国皇帝杨坚，辅佐夫君推行“开皇之治”，这就是以崇俭、笃信佛教而出名的独孤伽罗皇后。独孤信一身兼三朝皇帝的岳父，被网友称为“史上最牛老丈人”。

北周初年，因介入宇文家族的帝位继承人之争，独孤信被权臣宇文护逼迫自尽，时年五十五岁。1953年，独孤信墓在陕西咸阳市底张湾出土，形制非常简朴，推测是迫于形势草葬所致。墓志铭文16行共220字，记述了墓主的姓氏、籍贯、家世、卒年、葬日、葬地，以及夫人和三个儿子的名字。今存国家博物馆。⁴

1981年，陕西省旬阳县一个叫宋清的中学生，在上学路上捡到一枚规则多面体形状的印章，由煤精石磨制而成。仔细观察，印章共有48条基本等长（约2厘米）的棱、18个正方形面和8个正三角形面，其中14个正方形面上刻着

¹ [唐]李延寿,北史,卷六十一,列传四十九,独孤信传。

² [唐] 令狐德棻：《周书·卷十六·列传八·独孤信传》。

³ 魏子元.2016.侧帽风流想象中.源流运动公众号.北京大学考古文博学院.10月27日.

⁴ 张艳鸽. 2014. 南北朝、隋唐时期独孤家族兴衰探析——以独孤信为例. 荆楚学刊. 第3期. 24-28.

楷书阴文，分别是“臣信上疏”、“臣信上章”、“臣信上表”、“臣信启事”、“大司马印”、“大都督印”、“刺史之印”、“柱国之印”、“独孤信白书”、“信白笺”、“信启事”、“耶敕”、“令”、“密”，集官印、上书专印、日常文书印于一身，在历代印章中还未见类似物件。现为陕西历史博物馆收藏。^{5,6}

独孤信于西魏大统十六年（公元 550 年）奉命出讨东魏，还朝后迁尚书令、拜大司马，而印文中已含“大司马印”，可以断定此印制作的时间最早不过那一年。其时独孤信声威日隆，不但身为八柱国之一，长女、四女也已分别嫁入豪门宇文泰家族、李虎家族，可谓一时之盛。

这枚印章的形状是一种半正多面体。半正多面体的表面是两种或两种以上的全等正多边形，其棱长则完全相等。共有 13 种凸的半正多面体，据说是公元前三世纪阿基米德最早发现的，所以它们也被称作“阿基米德多面体”（Archimedean polyhedra）。此说来自三世纪亚历山大里亚的帕普士，然而阿基米德现存著作中没有这方面的内容⁷。现实生活中也极少见到这种形状的器物，15 世纪末意大利画家德巴巴里（Jacopo de' Barbari）在《帕乔利肖像》（1495）中画了一个悬在水晶多面体，其构造与独孤信印完全一致，有人称其为 26 面体，更准确点应该是 48 等边半正多面体（参阅笔者“帕乔利：修士、数学家、现代会计学鼻祖”一文）。



图 1 独孤信印

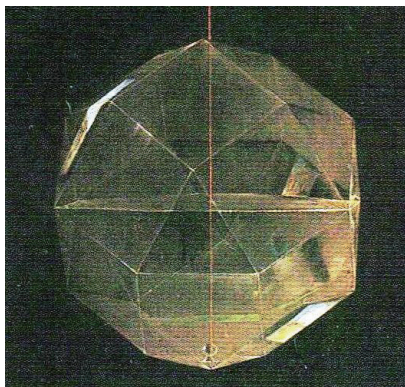


图 2 《帕乔利肖像》中的水晶多面体

◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇ 古代多面体酒骰及其他器物 ◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇

1968 年，河北满城发掘出西汉中山靖王刘胜及其妻子窦绾之墓，除了金缕玉衣、长信宫灯等众所周知的珍贵文物之外，后者墓室还出土了一件极为精

⁵ 张沛. 1985. 旬阳出土的独孤信多面体煤精组印. 文博. 第 2 期. 95-96.

⁶ 王彬、张沛. 2001. 浅析独孤信煤精组印的特点及印文. 陕西历史博物馆馆刊. 第 8 辑. 西安：三秦出版社. 292-296 页.

⁷ Heath, Thomas L. 1921. A History of Greek Mathematics. Vol.2. Oxford: Oxford University Press. 98-101.

美的酒骰，《满城汉墓发掘报告》称：

铜骰一件（2:3064），与“官中行乐钱”同出。通体错金银。共十八面，分别错出篆书或隶书“一”至“十六”以及“酒来”和“骄”字（后二面对称）。“一、三、七、十、骄、酒来”等六面为错金地错银一周，另十二面为嵌银地错金一周。在各面孔隙间，用金丝错出三角卷云纹，中心镶嵌绿松石或红玛瑙。骰径2.2厘米。⁸

报告没有提及“在各面孔隙间，用金丝错出三角卷云纹”的个数，实际上共有8个，因此这个酒骰共有26个面，与独孤信印几何同构；只要把错有数字与文字的18个面视为正方形，把错有三角卷云纹的8个面视为正三角形，就是一个标准的48等边半正多面体。



图3 窦綰墓出土错金银铜骰



图4 窦綰墓出土错金银铜骰线图 [李零 2016, 454 页]

李零新著《万变》中有一节专门讨论古代酒骰，内中提到具有相似结构的文物，目前已知的至少还有四件，它们的形制基本相同，而且都是西汉年间物品。他还指出：“这种赌具，有四面体（每面为三角形）、六面体（每面为正方形）和增加切削面因而近似球形的多面体。……出土发现，战国秦汉的骰子多作十四面体或二十六面体，属球形多面体。增加切削面，目的是增加选择的机遇。”

其他四件26面体西汉骰子分别是：（1）临淄大武齐王墓随葬坑出土西汉铜骰，1978年在山东淄博大武乡窝托村齐王墓随葬坑5号坑出土，共两件，分别标数字“一”至“十六”以及“骄”、“畏妻”字；（2）山东省博物馆藏西汉铜骰，旧属清代金石学家、山东潍县（今潍坊市）人陈介祺；（3）海外收藏的错金银西汉铜骰，此为麦肯齐等编著的《亚洲游戏：竞争的艺术》（Colin

⁸ 中国社会科学院考古研究所、河北省文物管理处.1980.满城汉墓发掘报告.北京：文物出版社.271-273

Mackenzie & Irving Finkel.2004. *Asian Games: The Art of Contest*, New York: Asian Society.p.43) 一书所录, 与满城汉墓所出最为相似; (4) 湖南长沙马王堆西汉长沙相利仓之子墓随葬漆骰, 1973 年出土, 所出漆木盒内还有博局、博棋、博筹等物。⁹



图 5 其他四件西汉骰子 (左起: 上述编号 1-4)

作为一位人文学者, 李零指出以上五件酒骰形制相同并联系到独孤信印, 其观察是十分精准的; 从文物考古的角度来看, 说这五件西汉酒骰“属球形多面体”也不为错。至于二十六面体怎样切削, 不是他关注的要点。《万变》一书给出的两幅骰子表面展开图也只是示意图, 图 6 中的诸圆面与正三角形面无法拼出多面体来。

从数学上讲, 以上五件酒骰皆与 48 等边半正多面体同构, 其表面展开图应如图 7 所示。

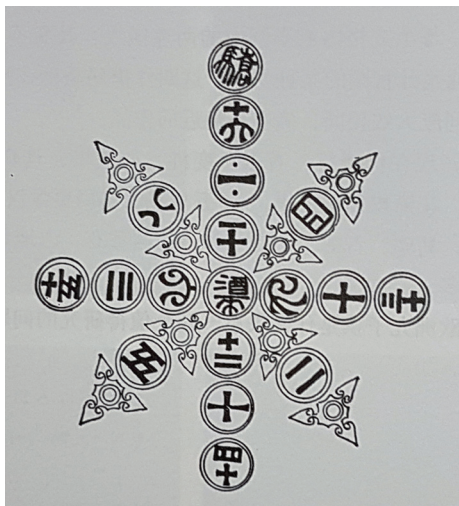


图 6 宴綰墓出土铜骰表面展开图 [李零 2016, 454 页]

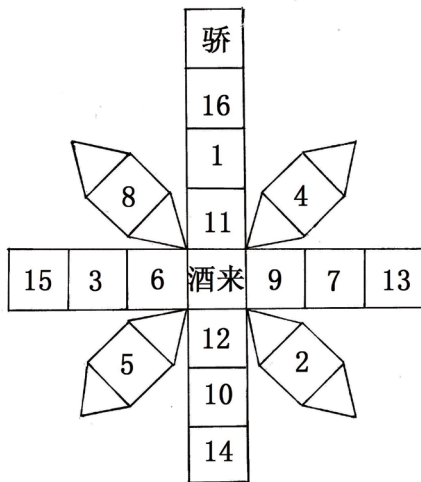


图 7 宴綰墓出土铜骰表面展开图 [刘钝 2018]

⁹ 李零. 2016. 说骰——从满城汉墓出土的酒骰和“官中行乐钱”说起. 万变. 北京: 三联书店. 455-463.