



用数学规划 思维看经济 体系

周小川

1 数学规划思维在经济分析中具有重要作用

经济主体行为大多可以理解并表达成数学规划中的最优化问题。微观主体的行为往往是谋求把某件事做到最好，或者说是目标函数最大化或最小化。经济学中最典型的假设是，市场经济里的企业和个人都是谋求自身利益的，劳动者谋求自身收入和消费效用最大化，同时在劳动和休闲之间也有优化选择。企业行为最典型的描述是追求利润最大化，大多数常规企业都是这个目标。对于一个政府而言，往往是把 GDP 作为经济工作的主要目标，中国现在则强调不能唯 GDP 论，可考虑修订后的 GDP 或含有 GDP 又比 GDP 更综合的目标函数。总体而言，经济主体就是要追求某种最大化。如果用数学规划来考虑这些问题，会有很多优势，有些问题能够看得更透彻，并以一个更精确的角度来分析问题。

经济学里用的很多语言都是来自数学规划。回顾二十世纪八九十年代我国的经济体制讨论，最重要的进展是党的十四大提出的“我国经济体制改革的目标是建立社会主义市场经济体制”，而对社会主义市场经济的主要经济学解释就是资源配置优化，用资源配置来论证为什么要搞社会主义市场经济。随后，党的十四届三中全会提出的“充分利用国际国内两个市场、两种资源”，也是资源优化配置。回顾四十年的经济体制改革历程，早期较多是从直觉出发搞农村联产承包责任制，而更深度的思维则逐步演化到资源优化配置。从最优化模型角度看，资源优化配置和承包责任制等激励机制之间其实是一种对偶关系，而对偶问题其实也就是线性规划的拉格朗日乘子问题。

资源配置的约束条件与影子价格相对应。若要实现资源优化配置，就要把价格类激励机制搞对，这两者是互为影子的。一个国家资源配置的效率与优化程度是会带来重大区别的，最主要的资源是指劳动力、资本等生产要素，广义

的生产要素还包括技术、管理、外汇¹等。资源配置的约束是需求应小于等于供给，当然供给不足也可以另外想办法。这些约束可以是紧约束，也可以是松约束。在数学规划中，若约束条件是松的，则其影子价格就是零。不少经济分析报告里常说某个约束条件是松弛的（Slack），就是指虽然道理上有约束条件但却是松的，影子价格为零。如果是紧的话，其影子价格就不会是零，这是数学规划里给出的规律。

2 数学规划的基本概念

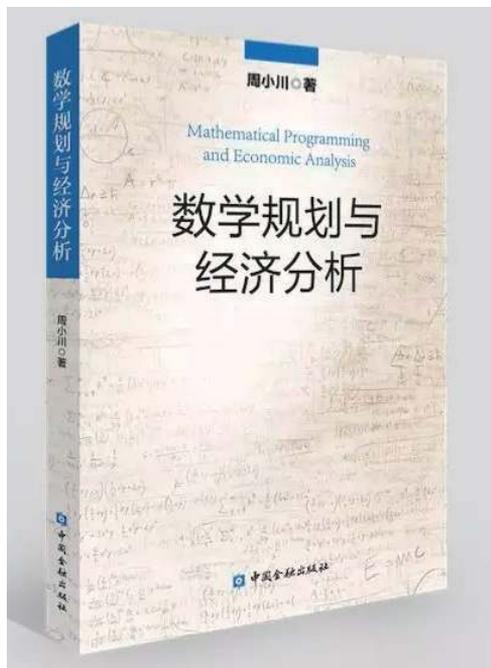
数学规划是一种寻找最优化的方法。典型的线性规划基于目标函数和约束条件，寻求目标函数的最大化或最小化的极值。约束条件又可以分为等式约束和不等式约束。目标函数与约束条件的表达分为线性和非线性。例如，在宏观经济模型中，等式约束可以是生产法 GDP 或支出法 GDP 等基本经济规律的恒等式；比较典型的不等式约束是劳动力、资本等生产要素的供求关系。

一是线性规划。线性规划的目标函数和约束条件都是线性的，好处是相对简单，有现成可用的计算机算法进行大规模线性规划求解。但现实中一些经济行为可能是非线性的，因此有可能出现对现实过分简化的情形。

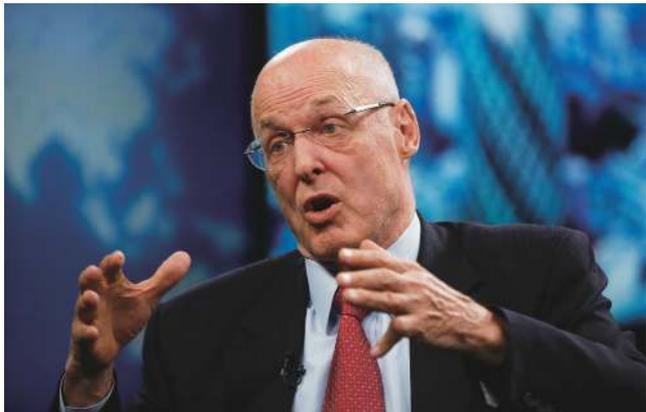
二是非线性规划。非线性规划的计算复杂性大幅提高，且有可能不存在最优解，还要看整个约束条件集合是不是凸集。如果是凸集，那么就存在一种算法可以得出最优解；如果不是凸集，就可能不存在唯一最优解且不一定能有最

优解算法。也就是说，不是沿着向上的方向走，就能找到最高点。非线性规划有两种简化处理方法：（1）对数线性化。一些经济问题由于是用指数的形式来描述的，虽然目标函数和约束条件不是线性的，但可以通过对数化表达实现线性，然后按照线性规划的方法去算。（2）分段线性化。整个问题可能是非线性的，但是如果对其作分段且每一段都可以按线性方式来描述，整合起来后，也可以按线性规划的算法进行运算。

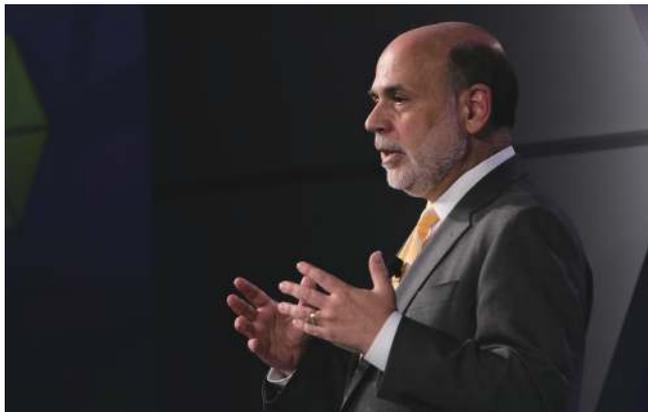
三是动态规划。在理论和算法上，动态规划思维在处理长远问题时，可以寻求整体过程最优，不见得每个阶段是最优的。当前动态规



¹对发展中国家而言，外汇也是一种生产要素，外汇在一定程度上可替代稀缺的生产要素和物资，如果有大量外汇储备，则很多紧缺性都可以缓解。



美国第 74 任财政部长亨利·保尔森



前美国联邦储备委员会主席本·伯南克

划在经济模型中能够求得优化解的情形还是非常有限的，动态规划概念有两种用法：一种是将整体过程充分简化，找可用的算法去求解；还有一种是不存在直接求解的算法，但可以通过仿真模拟的方法对动态过程及其结果进行比较分析。

3 数学规划在经济分析中的具体问题

（一）目标函数

目标函数非常重要，只有清晰可度量的目标函数，才能评判事情干得好不好，同时也能分析出改变任何一个约束条件或行为，对于目标函数的成本是多少。例如，现在在发展经济过程中要考虑环境保护，一项特定的环保措施要付出多大的 GDP 当期代价；再如贸易摩擦又会产生多大的 GDP 成本。

现实中的目标函数往往是多目标的。在目标函数表达中，单目标最好理解和计量。一些国家中央银行曾强调以通胀为其工作的单一目标，但自 2008 年危机以来，全球央行基本上都认识到央行不能不管经济增长，也不能不管金融稳定。此外，金融机构出了风险，还要考虑救不救的问题。近期，美国又有研究挑战保尔森（Henry Paulson）、伯南克（Ben S. Bernanke），为什么在本轮危机初期不救雷曼。事实上，他们已经反复说过，不救雷曼是因为缺乏抵押品和道德风险平衡的考虑，之前已经救了贝尔斯登、房地美、房利美，马上又要救 AIG，但不能所有的金融机构都救，要避免道德风险，所以就只能牺牲一个规模相对小一些的金融机构，也就是雷曼。当时也没预测到雷曼倒闭后的震动会有多大。可见，单目标往往是对现实工作目标的过分简化。

多目标的可加性。多目标如果是线性可加的，技术上会类似于单目标。比如 GDP 看似单目标，其实包含多种商品货物和服务，且不论从生产方还是支出方来看，都是以价格加权而线性可加，所以不要简单认为 GDP 是单目标。但当人们关注一些社会、环境、道德等目标分量时，多目标是否能线性可加就会成为显著的挑战。

机构改革中的目标体系。图卢兹学派的拉丰（Jean-Jacques Laffont）说过，