

形式系统和数学

黎景辉

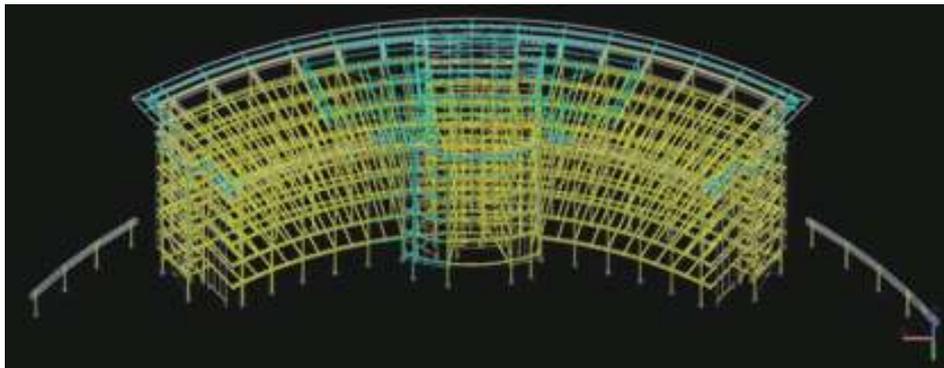
摘要：本文讨论形式系统作为今日数学的基本背景结构及其对未来的启示。

1. 引言

可以说形式系统是躲在数学背后的神秘百年老字号。看过多层大楼的建造的人都知道，工人是先架起一个钢架，然后安装墙壁窗户，到大楼造好的时候已经看不见原先那钢架了。打个比喻，把数学看作这个大楼，形式系统便是隐藏在大楼里的钢架。这个钢架出现问题，大楼便会倒塌。钢架的毛病是大楼的隐忧。同样若是支撑着你正在使用的数学的支架——“形式系统”出现矛盾，那当然会给用户很大的破坏！因为这个危机，一些数学家、计算机专家以至国防科学家关心数学背后的形式系统。虽然过去几十年我们的科学家工程师为了解决眼前的课题已筋疲力倦，实在没有空去想关于“形式系统”这些基础问题，但是近年以机器计算作为研究人工智能的工具我们已开始直接用上了形式系统。正如在大楼的人不会拆墙看看钢架，大部分学数学、教数学、用数学的人都不会去看看支撑着数学的形式系统。这样形式系统并不是国内人们普遍的常识。更重要的是，形式系统发动了一场革命，结构变为数学的主题。因此我们更觉得从一般人以至研究高等教育的学者，管理学校的干部亦是值得花几分钟了解一点形式系统与数学的故事。



大楼的钢架



大楼的钢架设计图

未开始之前还得谈谈题目的另外一个主角：“数学”。大家都在中小学念过数学。不过这只不过是初等算术和图形移运的习题。所以大家对十七世纪之后的数学容易产生误会，因此数学在我国曾被戴上抽象、唯心、形而上等负面的标记，终于把我国科学与工程的发展拉慢一些。幸好过去几十年，在众多数学家如华罗庚、吴文俊、丁石孙、邓东皋、齐民友、石钟慈、徐利治、林群、张景中、李毓佩、冯克勤、袁向东、刘建亚……等人努力推广数学科普教育之下，群众逐渐增加对现代数学的认识，一些介绍数学的优秀作品获得出版，比如^{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}。我们就借助这些书籍代我们解说“数学”吧。最后引丁石孙在齐民友的《数学与文化》⁸一书中的“写在前面”的第一句是这样说的：“20世纪80年代，钱学森同志曾在一封信中提出了一个观点，他认为数学应该与自然科学和社会科学并列，他建议称之为数学科学，他认为在人类整个知识系统中，数学不应该被看成自然科学的一个分支，而应提高到与自然科学和社会科学同等重要的地位。”今日这还是值得我们参考的。

我们这里是个长达百年的故事，老的人已忘记了，年青的没有时间去知道。就让我们为大家说说形式系统跑进数学的故事。我们从一百年前开始。

¹ 柯朗，罗宾著，斯图尔特修订，左平，张饴慈译，什么是数学（第4版），复旦大学出版社（2005）。

² 波利亚著，刘景麟，曹之江，邹清莲译，数学的发现，科学出版社（2006）。

³ 斯狄瓦著，袁向东，冯绪宁译，数学及其历史，高等教育出版社（2011）。

⁴ 克莱因著，北大数学系译，古今数学思想（三册），上海科学技术出版社（2013）。

⁵ 亚历山大洛夫编，石钟慈，邓健新译，数学：它的内容方法和意义（3册），科学出版社（2014）。

⁶ 高尔斯编，齐民友译，普林斯顿数学指南（三卷）科学出版社（2014）

⁷ 邓东皋，孙小礼，张祖贵编，数学与文化，北京大学出版社（1990）。

⁸ 齐民友，数学与文化，大连理工大学出版社，第二版，（2016）。