# 预测的背后——常量

田汸泽寰

## 思考起源

我们在数学里常提起常量，有时也叫常数、常函数等，它和我们上一篇《巧合的秘密——恒等式》里提到的恒等式有着紧密的联系，也可以用前面提到的对称函数，或是加减法这样的互逆运算来构造。在科学研究中，我们一旦抓住了变化过程中的不变量，其实就是抓住了问题的本质规律；而在魔术中，有了常量的帮助，我们可以轻而易举地完成预测、巧合和感应的几乎所有的数学魔术效果。

## 魔术欣赏

● 心心相印和加强版

表演详情请扫码或访问以下链接观看：

心心相印

视频链接
https://v.qq.com/x/page/a0853htykug.html

心心相印加强版

视频链接
https://v.qq.com/x/page/t3240jo6dp2.html


## 操作释义

**COAT(Count out and Transfer):** 给定一叠 $n$ 张的扑克牌叠，COAT $k(k < n)$

张的含义为从顶部数牌 $k$ 张，再将剩余牌叠切到数出的牌叠上。

## 数学原理

在上一篇《巧合的秘密——恒等式》一文中，我们着重介绍了恒等式的原理，它是人类表达在客观世界发现规律的重要数学工具。但是在一些场景中，我们也可以从常量的角度来表达它们，在数学上它们也可以互相转化，即：

$$f(x) = g(x) \quad \Leftrightarrow \quad h(x) = f(x) - g(x) = 0$$

然而，数学式子上虽然等价，但其不同写法表达的物理意义也有不同，恒等式是两边各自变量的函数无论自变量取值为何，最后都恰好相等，强调的是在变化中的相等性质；而常函数强调的是函数的值是个关于任意自变量的常量。而这个写法上的不同，也代表了我们在魔术中应用数学原理的不同场景：恒等天然是巧合，常量天然可以作预测。当然，和数学式子一样，它们之间也能互相转化。

## 数学模型

接下来我们对 COAT 操作建模，并尝试从数学模型结果中找到我们需要的常量性质。

在《排列——扑克牌叠背后的数学模型》一文中，我们介绍了切牌原理 2，完成切牌原理和数牌定理。我们沿用这些以排列为基础的模型，并把它们复合起来，有：

**切牌和完成切牌定理（Cut and Complete the Cut Theorem）：**假设原牌叠记作排列 Perm = 1:$m$，切牌和完成切牌 $n(n < m)$ 张。那么，最终的牌叠 Perm'，可由如下过程得到：

(Perm1', Perm2') = cut(Perm, $n$) = (Perm[:$n$], Perm[$n$:]) = (1 : $n$, ($n$ +1) : $m$)
Perm' = perm2' + perm1'  = ($n$ + 1):$m$ + 1: $n$

**COAT（Count out and Transfer）定理：**假设原牌叠记作排列 Perm = 1 : $m$，COAT 操作等价于数牌和完成切牌操作的复合，比上面切牌和完成切牌多了一个翻转操作，此时牌叠结果 Perm' 变为：

(Perm1', Perm2') = cut(Perm, $n$) = (Perm[:$n$], Perm[$n$:]) = (1:$n$, ($n$ + 1) : $m$)
Perm' = perm2' + Reverse(perm1') = ($n$ + 1) : $m$ + $n$ : −1 : 1

好了，有了前面扑克牌叠的排列模型和上面介绍的 COAT 定理，我们就用它们来分析一下今天的魔术吧！