

德温若玉，学高如山

——怀念王元先生

刘建亚

我这一代数学人中，很多都是因为徐迟的报告文学《哥德巴赫猜想》而走上学习数学、研究数学的道路的。这篇报告文学的主人公是陈景润，而男二号与男三号则是王元、潘承洞，他们在哥德巴赫猜想研究中的杰出贡献彪炳史册，大大提振了国人向科学进军的士气。自从读过了这篇报告文学，这三个人就像神一样，存在于我们少年的心灵中那个高不可攀的地方。

一、初识大神

第一次近距离接触王元大神，是在1995年，当时全国解析数论会议在西北大学召开，由张文鹏组织。老一辈数论家王元、潘承彪等纷纷参会，而陈景



1982年，陈景润、王元、潘承洞以“哥德巴赫猜想研究”获得国家自然科学一等奖（中国国家博物馆藏）



王元与潘承洞

润、潘承洞都因故未能出席。与会的青年人大都是毕业或者在读的硕士博士研究生，大概有 40 人左右，其中资深的青年人包括贾朝华、展涛、郑志勇等等。中国解析数论这支队伍，早在华罗庚先生在世的时候，就在国际上享有“中国学派”（the Chinese school）的美誉，但其规模一直不大。上个世纪末，全国解析数论会议，与会者也就是 40 人左右。直至今日，全国范围的解析数论会议，参会的也不到 100 人。彼时，我刚刚在潘承洞先生门下取得博士学位，能参加这样的大会，自然非常兴奋。

王元先生给我的第一印象与我的老师潘承洞形成鲜明对照：王先生瘦小，潘先生瘦高；王先生说川普，语速慢，我字字听得懂；潘先生说苏州普通话，语速快，我必须集中精力听，有时也不是完全懂。不知道从哪年起，业内开始称呼王元为元老。我不记得西北大学会议上是不是已经有这个称呼了。

西北大学会议内容丰富，尤其是展涛、郑志勇二位师兄刚刚从 UIUC 参加 Halberstam 七十岁生日庆祝会归来，带来了最新的国际研究动向。给我印象最深的，是西北大学会议对解析数论近年来发展的检视。一些与会代表认为，解析数论不应该自我封闭，而是应该转型重归国际潮流；而另一些代表认为，解析数论近年发展健康，并无不妥。两派表达各自观点的时候都很温柔，但这些观点对年轻学人的震撼，我至今记忆犹新。元老应该是持第一种观点。

数学界内外，一直有“解析数论就是改进常数”的说法。对任何口号式的断言，都需要一定的分析，这句口号也不例外。说到常数的改进，必须区分两种情况：第一种情况，常数的改进导致革命性的推论。举一个简单的例子。设 n 是偶数，而用 $r(n)$ 记素变数方程

$$n = p_1 + p_2$$

的解数，也就是 n 表为两个素数之和的表法个数。显然有 $r(n) \geq 0$ ，这是一个平凡下界。若能改进这个平凡下界一点点，比如，若能够证明 $r(n) > 0.01$ ，则立刻推出偶数的哥德巴赫猜想成立。这样的常数改进，虽然非常小，但是导致革命性的推论。这样的例子很多，比如关于 zeta 函数以及一般自守 L 函数的亚凸性上界问题等等，因为涉及较多的预备知识，在此就不深入讨论了。关于常数的改进的第二种情况是，确实改进了常数，但是目前看不出会导致什么样的革命性推论。比如，把 $r(n) > 0.01$ 改进成 $r(n) > 0.02$ 。但是，这里有两个潜在的哲学问题：一是现在看不出会导致什么革命性推论，未必以后不导致；二是常数改进所利用的新方法未必不在其他问题上带来革命性推论。

实际上，西北大学会议前后的那几年，正是中国解析数论界的忧患意识不断增强，自强精神不断增长的关键时期。1996 年暑假，潘承彪、赵春来两位先生在北京大学举办暑期学校，邀请海外数学家讲学，其中两门大课给我印象最深，一是励建书讲授的群表示论，二是叶扬波讲授的 Maass 形式。这些新鲜的数学，仿佛给国内解析数论界开了一扇门，外面的世界如滚滚洪流扑面而来。

这一阶段，我在北京见过元老几次，有时是在元老的办公室，有一次竟然



1995年西北大学全国数论会议合影，
 第一排：王永晖（左一），王天泽（左二），郑志勇（左四），张文鹏（左六），刘建亚（右一）；
 第二排：展涛（左二），王元（左六）；第三排：贾朝华（右三），潘承彪（右六）

是在热火朝天干活的推土机旁边。当时北四环正好修建到了数学所那一段，似乎仅保福寺的立交桥就修了很长时间。那个推土机就在工地上工作，推土机在炎炎烈日之下扬起的沙尘，弄了我们一脸一身，瞬间与我们的汗水混合在一起。元老对此毫无察觉，与我聚精会神谈了大概 20 分钟。在那一阶段，元老每次谈话内容都类似，都是集中谈他对中国解析数论发展方向的关切。现在回忆起来，我竟然想不起来那段时间元老谈过任何别的话题。

二、香港

1990 年代，香港的研究型大学开始腾飞。当时的香港大学数学系有两位教授，分别是几何家莫毅明与数论家廖明哲。1996 年至 1998 年，我在香港大学做博士后研究，合作导师是廖先生。紧接着，莫先生在香港大学组织了著名的李群项目，并请来了普林斯顿高等研究院的 Borel 策划所有课程，这个项目的跨度是从 1999 年至 2001 年这三年中的每个春天。我有幸自始至终参加了李群项目。

李群项目推动了中外数学的交流合作，推动了我国与李群相关的研究，尤其是推动了数论的现代化。我深入参与了两门课程，一是自守形式的谱理论，