



华罗庚的数学历程与我们的领悟

杨德庄 干小雄 吴士泉 张利华 张三国

华罗庚对中国和人类的贡献，远不止于他在数学的诸多领域所取得的卓越成就和领导中国数学事业的发展，更在于他对数学深邃的感悟——数学悟境，我们相信这对未来会产生深远的影响。在纪念数学大师华罗庚 110 周年华诞的特殊时期，我们以深切缅怀和崇敬的心情，遵照他“适当时候可以发表我所看到的東西和我的观点”的嘱咐，结合我们长期学习和实践的领悟，谈一些有关华罗庚数学悟境的内容，一是以此纪念他，让世人更加全方位地认识这位数学大师，再者企望能给数学界带来一缕新风，为下一位数学大师的出现助力。

事实上，华罗庚的数学悟境和悟境形成之历程都是华罗庚对自己的评点。他对笔者特别指明：“这两样内容对中国和世界发展数学事业同样有意义。”他认为他的奇特经历产生奇特的感悟，一般人做不到。他对笔者强调说：“你应当把我一生历程中的认知升华和我的几个感悟，点明闪光点，串成一条线，融为一体，加以阐述，以后发表也应该如此。”笔者在 2000 年写《华罗庚的数学生涯》的应用数学篇时，就是按照他的嘱咐写的¹。

历史上伟大的科学家，人们往往只识其成就，不识其形成这些成就背后的精华思想，更不知其精华思想形成的历程，从而减少了人们从伟人身上最大限度地获得非常有价值的东西。如果本人有自传，人们或许可以从其自传中学到其精华。可惜许多名人特别是科学界的名人，都不写自传。华罗庚就是不写自传的伟大科学家，当年胡耀邦总书记给华罗庚写的信中希望他“把你一生为科学而奋斗的动人经历，以回忆录的形式写下来，留给年轻人”。他没动笔，可能也是没时间。他要做更多他认为更有用的事情，而把有关这类事情留给他人（他的学生）去完成。现在回顾，他事先早有布局。比如他给王元写了他的传记提纲，他跟杨德庄长谈他的数学感悟，评点自己也点评别

¹ 王元，杨德庄，《华罗庚的数学生涯》，科学出版社，2000. 封底说明

人（国内外的数学家和自己的学生……）他那超越常人的数学感悟组成了他的数学悟境，同时他也突出地谈他的数学悟境形成的历程。

1982年在北京医院住院时，华罗庚让他的学生杨德庄隔一天来看望他一次。他说“你从玉泉路乘地铁到崇文门站出来就到了”，意思是交通不成问题。这是为师的细微之处。当时杨住在玉泉路中科大宿舍，地铁经过北京医院附近的崇文门站。他是要跟杨长谈。后来杨才慢慢明白他有许多话要说，要跟合适的人说。

他从两件事打开话题。

一件是点评他的学生王元和陈景润。他说王元和陈景润之所以能在哥德巴赫猜想上先后取得世界领先成果，除了各有灵气外，关键在于勤奋，他说“勤奋也是一种天赋”（这是聆听者第一次听到他的这个特殊见地）。说话时他站起来，用食指对着木质桌面摠着转动，“陈景润的勤奋非同一般，你阻拦也拦不住，他会偷着干，而且特别有韧劲，一年365天，年复一年，天天像这样摠钻桌面（他边说边做摠钻桌面的动作），手指头很软，桌面很硬，但他天天这样摠钻着，手指头的软功加上他巧施加在木质桌面上的巧劲，桌面被一层一层摠钻破了，总有一天，桌面被钻透了。”

华罗庚看到陈景润有阻拦也拦不住的勤奋天赋，正是因为他自己身上带着这种特质且保持其一生。

另一件是说一个人不但不能骄傲自满，而且还要保持天天向上的品格，从原来的基础上不断升华，不然将自毁前程（他的话也是在点评他的两个学生因骄傲自满，阻碍进步而最终吃亏）。他说一个人可以而且应该有主见，可以选择走不同的路，但骄傲自满之路是绝对不能选择的。但是做这点决非易事，他说人生的路是一个阶段一个阶段走出来的，任何阶段的成功都有可能产生骄傲自满，特别是如果前头几个阶段都成功，就更有可能骄傲自满，保持每一阶段都不自满，只对成功感到自豪是不容易的。只有永远在探索真知的人，有崇高的目标，达到很高的境界，才能办到。他说他一辈子就是从不骄傲自满，而是不断升华自己的认知，每一次升华成功，自豪！他自豪自己一生五个创造高峰期的成果，自豪自己一生的三次觉醒和三次“跳出来”，自豪自己新的感悟，自豪自己的每一次认知升华。经过八次升华才有后来的独特感悟，他要做一个永不自满、永不停歇的认知宇宙真知的探索者。事实上，他真正做到了！

此外，华罗庚之所以评点骄傲自满之事，另有所指：一，这是他的科学人生的真实，真正了解他，起码就要看懂他这个品格；二是回应那些说他骄傲自满，在数学界搞不团结的人。他的谦虚谨慎使他到老都持身严谨，且更加戒“空”、戒“松”，一般不写东西，非写不可就采取伏线、避讳、隐喻、平话……等等手法。

然后他开始讲述自己奋斗的一生。机缘巧合人人都有，如何应对却各不相同。听完他讲述的亲身经历以及他每次的机缘巧合或加上关键时刻的抉择，笔者真正懂得了他的与众不同，这种与众不同不是对一般人而言，而是对古今中外的著名数学家而言，他的奇特，他的伟大风范，堪称中华民族在数学上千年



1978年，本文作者之一杨德庄与华罗庚在北京友谊宾馆留影

一遇之精英！

回顾自己的历程，他按时间顺序大致分其为八个时期：家乡时期、清华前期、清华后期、剑桥时期、昆明时期（西南联大，含访苏三个月）、美国时期、回国前期、回国后期。

（一）家乡时期

华罗庚家境贫寒，他说如果论一个人成长条件，他属于先天不足，初中毕业就辍学了（他还开玩笑说笔者更“先天不足”——穷乡僻壤、家徒四壁），他要帮父亲持家，即便想学习，家中也无书可读。

他说，自己成功“根在家乡，大树由根而长”。他说的根不是常人说的根，而是天赋之根，求真知的特殊要素之根。他说在家乡时期主要有四个要点和两个成果。

四个要点是：

1. 天赋萌动

中小学时，在作业本上涂涂改改，一般老师不喜欢，王维克老师发现他是在试寻解法、找新解法，而且常常找到与书本不同的解法，看到他具有不同于一般孩子的数学天赋，给予了肯定和鼓励。

这对他来说是一种激励，像得奖一样高兴，他的数学天赋萌动就在此时。最重要的还在于——他明白了自己有数学灵气，因此更加努力动脑子。

2. 勤奋好学

勤奋也就在此刻开始，抓紧一切时间学习，只借微弱的油灯光，早晚攻读。他父亲怎么阻拦他学数学，也拦不住，甚至他父亲把数学书扔进灶火里，他又抢了出来，好像有一股力量推着他刻苦努力。后来他明白这勤奋也是一种天赋。

3. 善于学习

他家庭条件差，无好书、资料可读，只能在初等数学上下功夫。好在有时能接触到当时的刊物《科学》《学艺》等，还从老师处借过三本书：50来页的微积分、大代数、解析几何，他不但很快看完，而且善于吸取其精华，做了提要笔记。他后来总结的许多名言，其中读书要“从薄到厚、从厚到薄”，就始于家乡，前四个字“神”在于勤，后四个字“神”在于悟。

另一句名言：“聪明由于勤奋，天才在于积累”，同样是前六个字“精”在于勤，后六个字“精”在于悟。

4. 独立思考，敢于探索

他自学，把自己对数学的探索发现，写成论文投稿（其实做作业找新解法，也是探索）。投出的稿件常常因前人已做过而被退稿，先是感到沮丧，后来一想，人家大数学家能干的自己也能做出来，反而颇受鼓舞。

灵气+勤奋+善学习+敢探索，这就是华罗庚在家乡萌发的“根”。

他强调说这四个要点在他脑中是一体化的灵动，是辩证统一的一个整体，不是孤立的（有些人也有某个要点，但不全俱，不会统一灵动）。他说这“四位一体化”的灵动一生历经了八次升华，才有了他的卓越成果和独特感悟。

华罗庚一体化思想和表述最早出现在家乡时期和上世纪四十年代他逐步形成发展中国数学的一体化纲领。

两个成果是：一篇论文与一个冠军。

1. 一篇论文

他发表在《科学》刊物上的一篇文章被杨武之、熊庆来（时任清华大学数学系主任）看到，发现他的数学天赋，从偏僻的乡下招到清华大学，从此他跨进了中国数学界的门槛。他说，这是他一生决定性的一步，“没有这一步就没有后来的我，后来的华罗庚。如果晚五年发生，也没有后来的华罗庚。”

他说他一辈子感恩熊庆来老师。他做到了。华罗庚的重要品格之一是感恩老师和感谢所有帮助过他的人，包括从事纯粹数学、应用数学和普及数学工作以及在社会活动中一切帮过他的人，甚至艰难时期帮他拿报刊杂志送到他家的人。

2. 珠算冠军

很少有人知道华罗庚获得过当时在上海举办的全国珠算比赛冠军，即使知道，也多半不以为然，华罗庚自己对这个冠军却十分看重。

算盘是当时中国普遍使用的计算器，当时参赛者都是常年累月在财务部门的珠算高手，华罗庚取胜更在于他对数学技巧的运用。他看重这个冠军，是因为他认为计算技术很重要，当时他几乎全力做纯粹数学打基础的学问，但他要花时间帮其父经营杂货铺，恰巧这杂货铺却成了他数学应用和计算技巧演习的实战场。

华罗庚说，当时隐约有纯粹数学、应用数学和计算技术一体化的图景。

一篇论文让他跨进中国数学界的门槛，全国珠算冠军让他有新的数学观的萌动。

(二) 清华前期

华罗庚认为他此生第一次奇缘巧遇就是与熊庆来的机缘。

熊庆来不仅发现华罗庚有数学天赋，还把只有初中文凭，写出那篇引起他注意的论文时不到20岁的华罗庚，从偏僻的乡下招到清华，边工作边学习，创造条件让华罗庚成长。清华的条件让华罗庚欣喜若狂，这里不但有熊庆来、杨武之等一批数学教授对他关照培养，还有清华大学数学系的图书资料供他学习研究。他的数学突飞猛进！

按华罗庚自己的说法，他在清华的这段时期，以著名数学家阿达玛和维纳来清华讲学作为分界线，分为前后两个阶段，分别称清华前期和清华后期。

在清华前期，他专注地盯上了他在家乡无法见到的数学图书资料，加倍努力。其勤奋程度，令著名力学家钱伟长十分惊讶，深为感动。钱伟长生前常常讲他第一次认识华罗庚，是因为他连续三天早读，华罗庚都比他早的故事，以激励年轻人。

这一阶段，华罗庚的求真知“四位一体化”的数学认知水平得到了第一次升华。但是，他说当时主导思想是要改变自己的命运，也就是一般人说的，做学问是个人的事。

可是随之而来的第二次机缘巧合，让华罗庚走上了改变中国数学事业命运之路。

(三) 清华后期

1935年至1936年期间，法国著名数学家阿达玛和美国被称为神童的数学家维纳到清华大学讲学。

对于当时之中国，这是一种完全新型的学术活动。这次学术活动开始时吸引了北京各大学的数学教授，他们中许多人都来听讲演，随后却一天比一天少。