

她是“20 世纪最有影响的数学家”之一

陈关荣



2022 年 7 月 6-14 日，世界数学家大会将在全球线上召开，届时有一次隆重的学术活动以纪念圣彼得堡国立大学的校友、数学家奥尔加·拉德任斯卡娅 (Olga A. Ladyzhenskaya) 的 100 周年诞辰，同时颁发第一枚“拉德任斯卡娅数学物理奖章”。国际数学联盟这则消息的发布，重新唤起了人们对这位曾经被选为“20 世纪最有影响的数学家”之一的女数学家的记忆和怀念。



图 1. 奥尔加·拉德任斯卡娅 (1922-2004)

一 生平与经历

奥尔加于1922年3月7日出生在俄罗斯北部的一个不到四千人口的小镇科洛格里夫(Kologriv)，当年俄国正处在第一次世界大战后的经济萧条时期。她的父亲亚历山大(Alexander I. Ladyzhensky)是当地一所中学的校长兼数学教师，母亲米哈伊洛夫娜(Anna Mikhailovna)是个家庭主妇，奥尔加在三姐妹中排行最小。

1937年奥尔加15岁时，父亲被苏联内务人民委员会以“国家的敌人”罪名逮捕随后枪杀，让整个家庭从此经历了长达二十年之久的艰难痛苦生涯。到1956年，奥尔加的父亲被完全无罪平反，家人收到的通知是“没有不法行为的证据”。那时奥尔加已经34岁了。



图2. 奥尔加(少年时期)

1939年，17岁的奥尔加以优异成绩从科洛格里夫高中毕业，到列宁格勒(即今圣彼得堡)继续求学。但是，父亲的历史问题让成绩优异的她被禁止进入已经考取的列宁格勒国立大学。但她还算幸运进入了波克罗夫斯基教育学院(Pokrovskii Pedagogical Institute)，在那里读了两年课程，于1941年6月毕业。然后，她到了戈罗杰茨(Gorodets)镇的一所学校任教，但1942年又折回老家科洛格里夫，在父亲生前任教的中学担任数学教师。

1943年，经过多番周折之后，奥尔加终于进入了莫斯科国立大学数学力学系二年级就读。该校当年也叫做莫斯科国立罗蒙诺索夫(Lomonosov)大学。在那里，她获得了助学金。她的指导教授是著名的数学家彼得罗夫斯基(Ivan G. Petrovsky)。彼得罗夫斯基主要从事偏微分方程研究，对希尔伯特第19和第16问题做出过重大贡献。在校期间，奥尔加经常参加盖尔范德(Israel

Gelfand) 的数学讨论班。盖尔范德被认为是 20 世纪最伟大的数学家之一。在那里, 她受盖尔范德和吉洪诺夫 (Andrei N. Tikhonov) 影响甚深。

1947 年, 奥尔加从莫斯科国立大学毕业。她的毕业论文解决了一类时变系数抛物型偏微分方程的求解问题, 被彼得罗夫斯基推荐到 *Mathamaticeskii Sbornik* 发表。她毕业后和数学系同学基谢列夫 (Andrei A. Kiselev) 结婚, 并跟随丈夫移居到列宁格勒。在那里, 她凭着莫斯科大学的强力推荐如愿以偿地进入了列宁格勒国立大学数学力学系, 师从索伯列夫 (Sergei L. Sobolev)。索伯列夫是数学分析和偏微分方程领域的著名数学家, 他长期组织一个数学物理方程边值问题的讨论班系列, 让列宁格勒各个高校偏微分方程理论及应用方向的师生们经常有机会聚集在一起研讨数学物理的前沿问题。在那里, 奥尔加是骨干成员, 后来成为组织者。之后, 她一直坚持组织该讨论班系列的活动直至去世为止。在读博期间, 她和著名数学家斯米尔诺夫 (Vladimir I. Smirnov) 在流体动力学研究方面开始建立合作。



图 3. 奥尔加 (青年时期)

1949 年, 奥尔加在列宁格勒国立大学取得博士学位, 并留校在数学物理学院当讲师。在那里, 她 1954 年成为副教授, 1956 年升为正教授。在博士毕业论文中, 她发展了线性和拟线性双曲偏微分方程组的有限差分算法, 在索伯列夫空间网格上作类似于傅里叶级数的展开, 并通过对逼近误差的估计严格证明了算法在网格步长趋于零时的收敛性。后来知道, 冯·诺依曼在美国洛杉矶阿拉莫斯实验室差不多同时也发展了类似的算法。奥尔加在博士论文中把有限差分法推广到其它不同类型的偏微分方程组, 给出了包括时变系数情形的算法稳定性条件和证明。她还对彼得罗夫斯基关于拟线性双曲型偏微分方程组的柯西问题局部唯一解的存在性证明做了有意义的简化。

博士毕业后，奥尔加继续研究二阶线性双曲型偏微分方程组初边值问题的差分算法。她透彻地研究了一般对称二阶椭圆型偏微分方程，在有界域上定义的某类函数组成的索伯列夫空间内以特征函数作级数展开求解，发展了收敛算法，并对狄利克雷边值问题作了许多研究。

此外，奥尔加还研究了各种比较具体的线性和线性化偏微分方程及方程组，包括弹性力学方程、薛定谔方程、线性化纳维 - 斯托克斯方程组和麦克斯韦方程组。她在索伯列夫空间中求各种偏微分方程初边值问题弱解的思想、理论和方法对后来数学物理方程的数值算法研究产生了非常深刻的影响。

这段时间里，奥尔加的重要贡献包括几条著名的“拉德任斯卡娅不等式”：

$$\begin{aligned} \|u\|_{L^4(\Omega)} &\leq C_1(\Omega) \|u\|_{L^2(\Omega)}^{\frac{1}{2}} \|\nabla u\|_{L^2(\Omega)}^{\frac{1}{2}} \quad \text{for } n=2 \\ \|u\|_{L^4(\Omega)} &\leq C_2(\Omega) \|u\|_{L^2(\Omega)}^{\frac{1}{4}} \|\nabla u\|_{L^2(\Omega)}^{\frac{3}{4}} \quad \text{for } n=3 \\ \|u\|_{W_2^2(\Omega)} &\leq C_3(\Omega) \left(\|\Delta u\|_{L^2(\Omega)} + \|u\|_{L^2(\Omega)} \right) \end{aligned}$$

其中索伯列夫空间 $W_2^2(\Omega)$ 中的 Ω 是个适当的 n 维有界区域， C_1, C_2, C_3 是常数， $L^2(\Omega), L^4(\Omega)$ 分别是 Ω 上 2 次和 4 次幂可积函数空间， $\nabla = (\partial_x, \partial_y, \partial_z)$ ， Δ 是 Laplace 算子，而 u 是在区域边界为零的弱可微函数。她还进一步研究了二阶拟线性椭圆型和抛物型偏微分方程以及高维和非线性偏微分方程组的许多相关问题，特别是解的存在唯一性和正则性问题。

1953 年，奥尔加获得了物理与数学科学博士学位，论文是关于一般二阶双曲型偏微分方程混合边值问题解的正则性。她给出了这类方程的解是经典解的严格精确条件，并论证了傅里叶方法用于双曲型方程求解的可行性，以及拉



图 4. 奥尔加（中年时期）