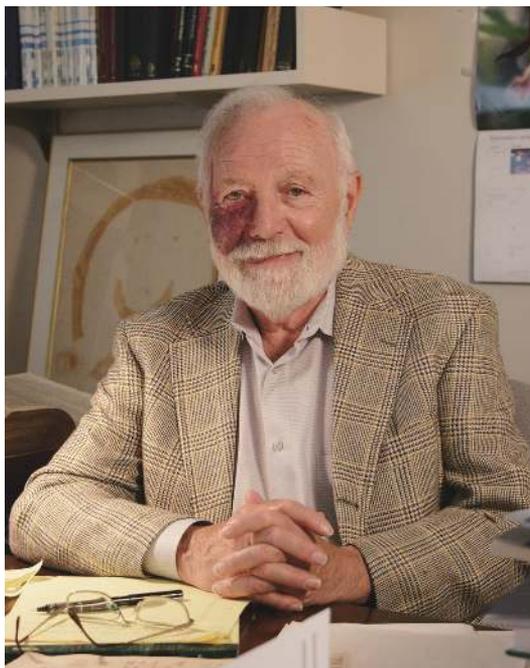


丁玖

美国时间 2021 年 2 月 11 日，正是中国农历辞岁迎新之际，麻省理工学院数学系的荣休“学院教授 (Institute Professor)”伊萨多·辛格 (Isadore Singer) 与世长辞，离他 97 周岁生日不到三个月。如同他的英文姓氏“Singer”基本词义那样，这位嘹亮歌声响彻在当代数学“歌剧院”大厅里的一代歌王，永远停止了歌唱。数学爱好者对他的感激与怀念，将与声乐爱好者当年对帕瓦罗蒂的感激与怀念一样的浓烈。

在此一个月前，我还花了几晚的就寝前时间，重读了丘成桐教授编纂的陈省身先生 80 寿辰庆祝文集集中的大部分文章，其中包括辛格教授专门写就的一篇。在三页短文中，辛格回顾了 1949 年当他在芝加哥大学数学系撰写博士论文之际，刚刚被系主任斯通 (Marshall Stone) 教授聘任为数学系正教授而去执教的陈省身为研究生开设的一门几何课程，其弥漫教室的整体微分几何的思想与方法，对他接下来的数学人生所产生的重大影响。

辛格出身于从波兰移民到美国密歇根州汽车城底特律的一个犹太人家庭。但不像长他一辈的神童、他后来的麻省理工学院同事维纳的父亲是语言天赋很高的哈佛大学斯拉夫语教授，他的父亲仅是一名印刷工人，来到北美洲新大陆后的语言适应能力非常弱，以至于英文听说还是跟这个出生后进步神速的聪明儿子学会的。辛格和比他年轻六岁的本州居民、后来和他在加州大学伯克利分校同事过四年的拓扑学家斯梅尔一样，考进了密歇根大学，但学的是物理。两年半后辛格于 1944 年初匆匆毕业，参加二战，作为美国陆军雷达技术人员驻扎在菲律宾。不过那时的辛格已经修过两门现代物理课程——量子力学与相对



辛格

论。但他认为自己尽管能做题目，却没有真正理解它们，原因是数学基础不够。为了战后更好地掌握他还没来得及学好的相对论与量子力学，辛格白天忙于战时的紧张工作，晚间参加芝加哥大学提供的两门函授课程，全力进修抽象数学——一门是微分几何，另一门是近世代数，这很对他的胃口。那时他仅仅把数学作为未来继续深造物理的工具，而没有将它视为终其一生的职业。

许多数学家和科学家都有类似的经历。开始，他们对自己的真正爱好尚未有所察觉，但随着知识的深化和阅历的拓广，很快就对某个学科有了感觉，对自己的兴趣和天赋所在开始心中有数，乃至立下雄心壮志，誓言与之厮守终生。比如说2020年也是高龄去世的戴森（Freeman Dyson）教授，他40年代初进入英国剑桥大学时，先和狄拉克学习物理，但在哈代的影响下以纯粹数学家的面貌出道。来到美国的康奈尔大学后，碰到天才的费曼，戴森迅速在量子电动力学领域做出了杰出的贡献，刚进入而立之年就被普林斯顿高等研究院的院长聘为终身教授，比他终生的同仁兼好友杨振宁还要早上两年。登上2021年春节美国发行的新年邮票的吴健雄（1912-1997），于30年代初考取中央大学时进入的是数学系，博览群书后发现自己的挚爱在实验物理，于是一年后就转到物理系，在居里夫人唯一的中国籍博士施士元教授的指导下写了学士论文。维纳最优秀的学生列文森（Norman Levinson），在麻省理工学院所学的电机工程专业一直念到1934年取得学士和硕士学位，一年后获得数学博士学位，后来成为麻省理工学院数学系从教学型转换为研究型的那个时代的主要建筑师之一，并被提拔为最高荣誉的“学院教授”。更有意思的一个“转型”例子，当属我在密歇根州立大学读博士学位时的学术顾问颜宪尧（David Yen）

教授。他于台湾大学的机械系毕业后，到了密歇根州立大学机械工程系读研究生。但他在快拿到博士学位时发现那些工程知识的基础都是数学，觉得先把这些基础数学搞懂再说。于是他转往纽约大学柯朗数学科学研究所，念了个应用数学博士学位，最终又回到密歇根州立大学任教，但落脚数学系。这些例子说明，选择最合自己口味的学科容易成就自己。我当年读大学时，学校几乎不让学生转换专业，可能耽误了不少有某种天赋的大学新生的前程。如今，这种僵化的制度已经被打破，更适应了优质青年的成长。

二战结束后，因函授课程而爱上芝加哥大学的辛格去了该校继续学习数学，1948年取得数学硕士学位。本来计划学一年数学后再回到本行物理的他，到了这个时候却改变了初衷，兴趣完全转到纯数学，认为它的美学价值高于物理学。于是他一不做二不休，投身于那年刚去芝加哥大学教书的另一个犹太人欧文·西格尔（Irving Segal）的门下，在其指导下两年后获得数学博士学位。他的博士论文标题是“无界算子的李代数”，属于泛函分析与抽象代数的交集。1998年导师去世，七年后在一次采访中，辛格回忆说：他授课的方式是将学生训练成一名研究型数学家，并且他办公室的门永远对学生敞开，讨论数学，甚至到半夜三更。所以辛格说“I learned a great deal”。西格尔出名很早，不到16岁就考进了普林斯顿大学数学系，三年后毕业，并获得奖励本系优秀学生的George B. Covington奖；再过了三年，他在耶鲁大学的著名分析学家埃纳尔·希勒（Einar Hille）手中拿到博士学位证书。中国学习分析的数学研究生大概对希勒同别人合著的大书《泛函分析与半群》印象深刻。在希勒和西格尔两代分析高人的熏陶下，辛格那时的主要训练在微分方程和泛函分析。这些与物理关系密切的分析学领域，与他念本科时所醉心的量子力学息息相关。他训练有素的分析功底，加上他“幸运地”从陈省身教授那里学到的整体微分几何概念以及逐步掌握到的拓扑知识，为他后来一直活跃在分析和几何两大学科并且于60年代初同英国杰出数学家阿蒂亚（Michael Atiyah）共同证明了关于椭圆型微分算子的指标定理，奠定了雄厚的基础。

我有幸于1994年的金秋十月参加了麻省理工学院纪念天才人物维纳冥诞100周年及逝世30周年的“维纳传奇百年研讨会”，亲眼目睹了几位数学大师的风采。记忆犹新的是当那年的菲尔兹奖获得者布尔甘（Jean Bourgain）作完报告后，已经退休的西格尔老教授宝刀不老，不停地质疑他一系列数学问题，



西格尔



辛格与阿蒂亚

其咄咄逼人的攻势几乎让对方招架不住。自然，辛格教授脸上那块与众不同的“胎记”也让我印象深刻，但他面对与会的俄罗斯人、普林斯顿大学数学教授西奈（Yakov Sinai）所表现出彬彬有礼的君子风范，留给我比对他的导师更难磨灭的鲜明印象。

学了很多现代分析知识的辛格在其博士生阶段最后一年的时候，已经享誉国际数学界的中国数学家陈省身开始了他后来在芝加哥大学十年教书的生涯。陈先生1936年在德国汉堡大学的几何学家布拉施克（Wilhelm Blaschke）指导下获得博士学位后，随即游学巴黎大学一年，得到几何学大师埃利·嘉当的真传。嘉当慧眼识珠，看上这位志向远大的东方好学青年，每隔一周在家里慷慨见他一面，毫无保留地亲授关于流形分析和活动标架的嘉氏独门武功，查询这位学生的研究进展并指出新的思路。按照陈先生晚年的回忆，学生离开后，老师还在继续思考他们讨论过的问题，第二天送来新的想法。这种指导，堪称典范。学生因抗战而回国后，他还不间断寄上自己论文的预印本，给在中国西南联大恶劣生活环境下坚持学术研究的陈省身及时送上最佳数学食粮。钻研不止的陈省身真正读懂了嘉当那批晦涩难懂的文章，而那个时代绝大多数的欧美数学家却没能读懂，甚至忽视或怠慢了它们。这些现代几何学的先进思想和新颖方法极大地启发了这位中国人在艰苦的条件下做出了第一流的研究工作，如成为整体微分几何标志性记录的高斯-博内公式之内蕴证明以及在现代数学各分支中到处有用的“陈示性类”，使得他很快成为世界数坛中令人瞩目的整体微分几何开路先锋。所以，当普林斯顿高等研究院的维布伦（Oswald Veblen）教授于1948年底将陈省身从内战烽火中的中国邀请到那里访问后，仅仅过了半年，一心想把芝加哥大学数学系重新打造成北美学术重镇的分析与拓扑学家