怎样用数学找到一颗丢失的氢弹？

李昭辉

冷战期间，在西班牙上空曾发生过一起令人难以置信的事故：一场原本是例行公事的飞行巡逻，最终却造成 2 架飞机坠毁，7 名机组人员死亡，整整一个村庄受到放射性污染，更糟糕的是，一颗氢弹掉到海里，丢了。

一千多人参与了搜索和清理工作，共出动了十几架飞机、近 30 艘军舰和 5 艘潜水艇。整个搜索和清理工作花费超过 1.2 亿美元，造成的外交影响更是难以估量。万幸的是，那颗丢在海里的氢弹最终被找了回来，否则后果更加不堪设想。在找回丢失的氢弹的过程中，除了种种现代化的搜索设备外，还有一件特殊的“工具”发挥了举足轻重的作用，这件“工具”就是被称为“自然科学的皇冠”的基础学科——数学，或者更准确地说，是一个已有数百年历史的、关于概率论的数学定理，这个定理在搜寻失踪的物品（不仅是丢失的氢弹，还包括失事的飞机、船舶等）方面为人们提供了无比实用的解决方案 [1]。

事故的基本经过是这样的：1966 年 1 月 17 日上午 10 点左右，美国空军的两架 B-52G 型轰炸机正在西班牙卡塔赫纳（Cartagena）西南方的海面上接近两架 KC-135 型空中加油机，准备接受空中加油。这两架 B-52G 轰炸机上，每架都带有四颗爆炸当量为 150 万吨梯恩梯炸药的 B-28 型氢弹。此次带弹飞行是冷战期间美国例行的一种“空中核威慑”举动，如果不出意外的话，这些带有氢弹的轰炸机在加完油后将飞到苏联领空附近，意在对苏联进行核威慑。

[1] Griffiths T, Tenenbaum J. Statistics and the bayesian mind. Significance, 2006, 3(3): 130-133.

图 1. 正在接受 KC-135 空中加油机加油的 B-52 轰炸机，中间的连接部分就是加油机伸出的加油杆

然而，意外就在这个时候发生了：有一架轰炸机在接近加油机时飞得太快了，以至于后者根本来不及做出反应，这两架飞机就在 9000 多米的高空相撞。空中加油机伸出的加油杆撕裂了这架 B-52G 轰炸机的左翼，机翼断裂产生的火星引燃了加油机上的燃油，把两架飞机炸成了一团火球，100 多吨燃烧的飞机残骸散落在了地中海附近一个名叫帕洛马雷斯（Palomares）的西班牙小村庄里，与飞机残骸一同落到地上的，还有那四颗氢弹中的三颗。

事故发生后，处理及搜救人员便迅速赶到了现场。他们在一天之内就发现了三颗落在地上的氢弹：一颗落在了较软的土坡上，外壳相对完整；其余两颗氢弹内的高爆炸药（用于产生爆轰波压缩核物质）在撞击地面时被引爆，在干燥的土壤中炸出了一个直径 30 多米的大坑，并把氢弹里面的放射性元素钚、铀和氚等撒落得到处都是。

按照惯例，必须找到下落不明的第四颗氢弹，然而，帕洛马雷斯村所在的西班牙阿尔梅里亚（Almería）省拥有上千年的采矿历史，频繁的采矿活动在当地打出了无数的矿井，原本干燥平坦的地面被无数大坑和洼地弄得支离破碎，这导致对第四颗氢弹的搜索工作变得困难重重。

搜索人员用盖革计数器对当地进行了仔细的搜索，但始终未能找到第四颗氢弹。这时，当地的一位渔夫报告说，事故发生时，他看见有物体挂在降落伞下，落进了大海里。

寻求数学家的帮助

在得知丢失的氢弹有可能落到海里之后，美国空军正式请求海军予以协助，

以共同找到这颗失踪的氢弹。为此，美国国防部甚至专门打电话给美国海军特别项目办公室，要求其派出首席文职科学家克雷文（John Piña Craven）去执行这次任务。

这位克雷文在军中被人称为“神童”。他出生于 1924 年，第二次世界大战期间，克雷文报名参加了海军，在康奈尔大学“海军科学培训项目”的资助下拿到了学士学位，后来又拿到了加州理工学院的物理学硕士学位和艾奥瓦大学的应用物理学博士学位。读博士期间，克雷文利用业余时间选修了多门数理课程，其中就包括统计学。当他作为一名文职科学家回到海军服役后，他解决了美国海军“鹦鹉螺”号核潜艇的一大结构性问题，还参与过“北极星”潜射弹道导弹的研制工作。

1963 年，美国海军遇上了一件大事——“长尾鲨”号核潜艇在潜航期间失事。海军方面派克雷文去负责深海救援和打捞工作，他出色地完成了任务。三年后，克雷文再次披挂上阵，以找到那颗失踪的氢弹，而且要快，因为当时正值冷战高峰期，苏联方面也在竭尽全力地寻找这颗氢弹，一旦让苏联人抢先，后果无疑会对美国人极为不利。

但是，要想在数百平方千米的海底找到一个几立方米大小的物体谈何容易。一开始，美国海军的专家们基于他们自己对氢弹下落过程的计算，指出了若干可能的坠落地点。但是，经过潜水员和声呐为期多天的海底搜索之后，却没有任何结果。当地的海水深度达 700~800 米，潜水员的每次下潜活动都要冒很大的风险且花费巨大，如果对海底进行全面的仔细搜索是不可能也不必要的，因此军方希望能尽快给出一种合理而又经济有效的搜索手段。

于是，克雷文转向神圣的数学领域寻求帮助。早在大学选修统计学时，他就接触过贝叶斯定理。后来在战争期间，英美等国的科学家曾成功地运用贝叶斯定理，大大提高了发现敌军潜水艇的概率，在此期间，克雷文也对贝叶斯定理的实际运用有了深入的了解[2]。此时，他打算再次运用贝叶斯定理，找出氢弹落在某一区域的概率。那么，什么是贝叶斯定理？人们又是如何用它来找东西的呢？

贝叶斯定理

在一本可以追溯到 18 世纪 40 年代末的未发表手稿中，一位名叫贝叶斯的英国牧师兼数学家首先提出了一个与概率有关的理论，该理论后来以贝叶斯的姓氏被命名为“贝叶斯定理”，并因大数学家拉普拉斯的工作而得到了进一步的完善。简单来说，贝叶斯定理在数学上描述了如何根据不确定性信息做出推理和决策。

[2] McGrayne S. B. The theory that would not die. New Haven and London：Yale University Press，2011：182-195.

我们先通过一个简单的小例子来看看贝叶斯定理是如何进行“推理”的：假如有一家商店，店员想知道，进来的顾客如果向自己询问的话，那么这位顾客是真正打算买东西，还是随便看看呢？

根据贝叶斯定理，首先需要根据店员往日的经验，看看这两类顾客（“买东西”和“随便看看”）大致的分配比例。假如根据店员的经验，这两类顾客的比例大致为 1 ∶ 4，那么我们可以画下面这样一张图（见图 2）：

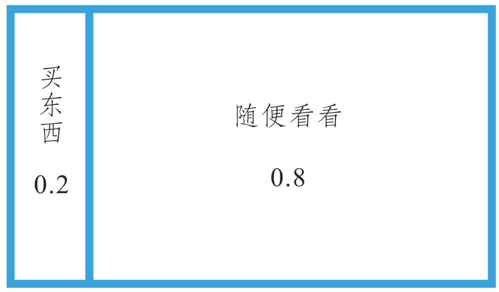

图 2. 根据店员的经验将顾客分成两类

图 2 中，假设矩形的总面积为 1，左侧部分代表“买东西”的顾客，面积为 0.2；右侧部分代表“随便看看”的顾客，面积为 0.8。然后，我们需要知道这两类顾客分别向店员询问的概率，这方面的数据需要实际的统计分析才能完成。假如店员通过日常的统计分析，得出了如下面表 1 所示的表格：

表 1. 两类顾客分别向店员询问的概率

类别	询问店员的概率	不询问店员的概率
“买东西”的顾客	90%	10%
“随便看看”的顾客	20%	80%

这样，我们可以根据表 1 中给出的条件，对图 2 进行进一步的细分，如图 3 所示：

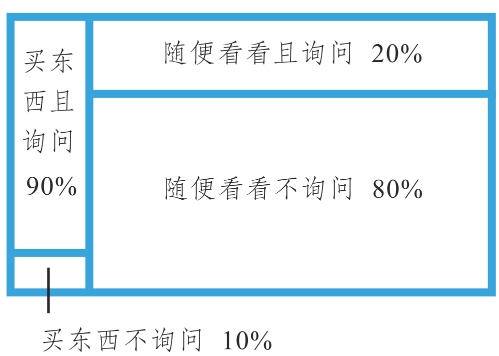

图 3. 根据条件，将顾客进一步分成四类

根据图 3，我们可以分别计算出这四类顾客所占的“面积”或者说出现的概率：“买东西且询问”的顾客为 90%×0.2=18%，“买东西不询问”的顾客为 10%×0.2=2%，“随便看看且询问”的顾客为 20%×0.8=16%，“随便看看不询问”的顾客为 80%×0.8=64%，其总和依旧为 1（18%+2%+16%+64%=100%）。

下面，就到了应用贝叶斯定理的关键环节：店员遇到了顾客来向自己询问的情况。这就意味着“不询问”的情况消失了，也就是说，由于发生了“顾客询问”这一事件，导致图 3 中的四类顾客变成了两类，如下面的图 4 所示：

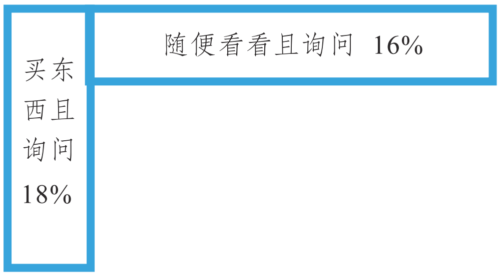

图 4. 四类顾客变成了两种

现在，我们只需要求出“买东西且询问”这部分的面积占这两部分总面积的百分比就可以了，其值为 18%÷（18%+16%）=9/17≈53%。也就是说，如果一位顾客前来询问店员的话，其买东西的概率就不是平时的 20% 了，而变成了 53%，即虽然不能断定这位顾客一定会买东西，但发生这种事件的可能性提高到了原先的约 2.5 倍[3]！

现在以上面为例来稍作总结：在贝叶斯统计学中，我们把设定的两类顾客比例称为“先验概率”，先验概率一般是人们主观认定的，比如两类顾客的比例是 1 ∶ 4 就是基于店员的经验而估计的；然后，需要在这两类顾客中分别确定是否出现询问行为的概率，这称为“条件概率”，得到条件概率需要一定的调查统计数据作为基础；最后得出的 53% 称为“后验概率”，可视为通过新获得的信息（有顾客来询问）对先验概率的修正。这样，如何应用贝叶斯定理的基本过程也就呼之欲出了：

估计先验概率→获得条件概率→通过获取的新信息排除某些条件→获得后验概率

上面的过程揭示了贝叶斯定理的威力：在设定最初的先验概率时，即使没有确凿的客观证据，也可以主观地先设定一个先验概率，然后进行推算并予以修正，这正是贝叶斯定理的奇妙和充满争议之处，也是其优势所在[4]。

[3] 小岛宽之 . 统计学关我什么事：生活中的极简统计学 . 罗梦迪译 . 北京：北京时代华文书局 , 2018：14-26.

[4] Allen B. Downey. 贝叶斯思维：统计建模的 Python 学习法 . 许杨毅译 . 北京：人民邮电出版社 , 2015：8.