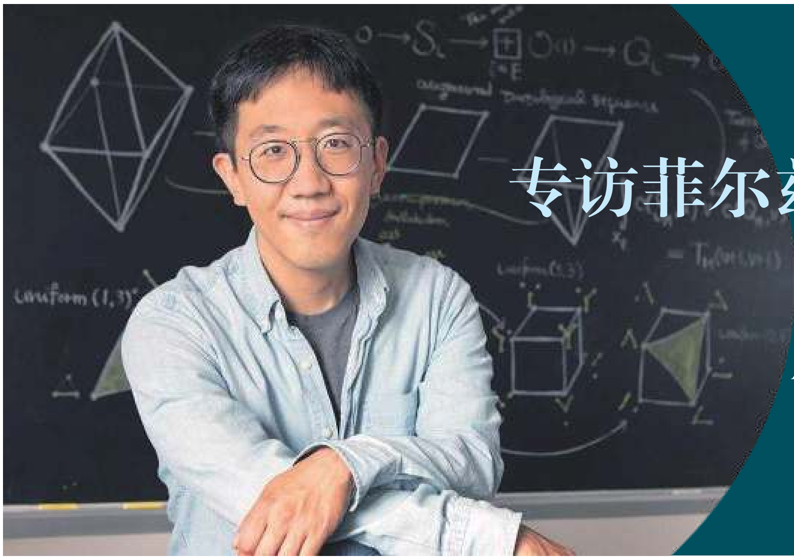


专访菲尔兹奖得主许埈珥

Andrei Okounkov, Andrei Konyaev / 采访

史永堂 / 译　李佳傲 / 校

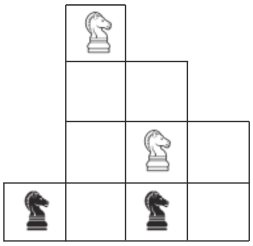
编者按：2022 年菲尔兹奖公布后，国际数学家联盟采访了获奖者之一——韩裔美国数学家许埈珥（June Huh）。

问：你什么时候意识到想要成为一名数学家？又是受谁或者什么的影响使你做出了这一选择？这个决定对你来说是容易的还是困难的？

答：在我大学毕业后不久，我非常有幸见到了广中平祐（Heisuke Hironaka）教授，那是我第一次在现实中见到有人在“做”数学研究。在此之前，数学就像是先哲在我从未到过的宫殿中书写的只言片语。而这却像是在无数次毫无意义地阅读乐谱上的音符之后，第一次聆听到美妙的音乐。我经常到他的办公室听他详细讲述对很多问题的理解，但不幸的是，由于我见识浅薄无法完全领悟，甚至可以说大部分我都无法理解。尽管如此，他的很多具体的计算方法依然使我在处理多项式、幂级数和多面体等方面的问题时受益匪浅。从此之后，无需再做选择，学习和研究数学对我来说就成为了自然而然的事情。

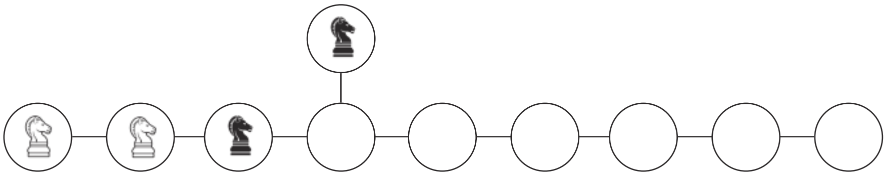
问：在中学和大学里，你最喜欢哪种数学？从那时起，你有特别感兴趣的数学问题吗？

答：在专业数学家中，我可能是另类，在中学和大学时我对数学谈不上特别感兴趣。但是，那时我确实有一些研究具有数学特性问题的粗浅经验。例如，我在中学时曾经玩过一款设定非常恐怖的名为“惊魂 11 小时 (The 11th Hour)”的光碟游戏。下面就是该游戏中棋类谜题的设定：交换黑白骑士的位置



经过一个多星期全身心投入的数百次反复尝试后，我几乎快要放弃了。但就在此时，我突然意识到骑士的 L 形走法只与正方形之间的关系有关，与不规则棋盘的外观是无关的。因此，上述问题等价于在下图中交换黑白骑士位置的问题，其中骑士只能从一个点移动到他的邻点。

交换黑骑士和白骑士的位置：



从新的角度来审视这个谜题，能更好地揭示该问题的本质。而且这样来看的话，解答就显而易见了。这两个表述在逻辑上没有差别，但是我们的直觉只能适用于其中的一种，这让我在理解问题的时候，更多地去深入思考它的本质而非表象。

问：你是如何找到“你的”数学领域的？是什么让你觉得它如此有魅力？

答：一般来讲，我喜欢用组合对象来构建空间。一旦你可以转换到其他空间去思考，几何直觉通常有助于我们发现隐藏在原始组合结构中的信息。离散（组合）和连续（几何）是人类数学思维的两种主要模式，我和许多其他数学家更乐意模糊他们之间的界限。我不确定这是为什么，可能我们私下里都认为这种界限的区分是不自然的吧。

问：你是如何选择研究课题的？

答：我没有刻意去选择研究课题。从某种意义上来讲，是问题选择了我。当然，不同的人可能对这个过程有不同的表达，但对我来说确实如此。有时我甚至可以看到它们从远处慢慢地接近，在这个过程中我从未感觉到自己是有意识地去选择。一般来说，我似乎很难控制我去想些什么。如果我坐在那里什么也不干，最终我几乎总是会思考一些我没有刻意选择去思考的问题，

这个事实是显而易见的。特别地，同样的事情似乎也发生在宏观时间尺度上，并且我发现这在数学环境中特别有趣。对我来说，发现问题和解决问题都是随机的，而且我能做或应该做的并不多，尽管让自己接触好书和优秀的人似乎是个好主意。除此之外，因为数学问题更多需要的是开放性思维，我唯一能做的就是让自己更有时间去思考。

问：你是否觉得数学的进展有时很快有时又很慢？快的时候你怎么办？慢的时候又如何呢？

答：对我而言，答案当然是肯定的。进展较快时，我会尽己所能的将所学到的记录下来，否则未来的自己可能无法还原当时的想法。进展较慢时，除了等待我别无选择，而且我很擅长等待。似乎目前我们做得都很好。数学的进展总是让人感觉很快，尤其是在浏览每天上传在 arXiv 上的论文时。我们正生活在一个数学的黄金时代。

问：你得到的第一个真正的数学结果是什么？给我们讲讲这个结果的情况以及它对你的影响。

答：1912 年，为了解决四色问题，伯克霍夫（George Birkhoff）引入了图 G 的一个多项式

$$\chi_G(q) = (\text{用 } q \text{ 种颜色对图 } G \text{ 的顶点进行着色的方法数目}).$$

对任意自然数 q，多项式 $\chi_G(q)$ 可以用来解决类似的 $q-$ 色问题。作为图的一个基本不变量，该多项式也被称为色多项式。去掉所有的自环和重边后，任何可以通过边删除和边收缩操作递归地去计算的数值不变量都是一个色多项式。在我的第一篇论文中，我证明了对任意图来说，色多项式的系数形成了一个对数凹序列，这解决了罗纳德 • 里德（Ronald Read）在 1968 年所提出的猜想。证明的关键是构造与图相对应的一个复代数变量，对其拓扑和奇点性提出（并解决）一个更一般的问题。

一般来讲，约翰 • 米尔诺（John Milnor）和伯纳德 • 泰西耶（Bernard Teissier）在上世纪六七十年代的经典工作是：对任意复超曲面孤立奇点，考虑了它的一般超平面的欧拉示性数关联的数列。他们的理论表明，这些米尔诺数（Milnor number）可以通过计数初始奇点所确定的方程组的解的数目来计算。这是我在去美国读研究生之前，从广中平祐教授那里所学到的，同时我注意到对于复射影超曲面，也可以构建类似的理论。事实上泰西耶已经证明任意超曲面孤立奇点的米尔诺数形成一个对数凸序列，因此我尝试去研究射影超曲面的米尔诺数是否也有类似的结论。有趣的是，