

# 布尔和他的逻辑代数，还有诗

陈关荣

纯数学是由布尔在一部他称之为思维规律的著作中发现的

——伯特兰·罗素

## 1 从 0 和 1 开始

大家都认同：我们生活在一个信息时代。

但你可能会问，怎样表达信息呢？

用 0 和 1 呗，十七世纪的德国人莱布尼茨早已回答了这个问题。

就用 0 和 1？这么简单，你怎么去计算信息呀？

这容易，十九世纪的英国人布尔笑了： $0+0=0$ ， $0+1=1$ ， $1+0=1$ ， $1+1=0$ 。

好吧，但你怎么做逻辑运算去处理信息呢？

噢，二十世纪的美国人香农说他有办法：这逻辑运算嘛，可以用“与”（and）、“或”（or）、“非”（not）三个基本“门电路”，把它们如下对应起来加以执行就可以了：

- $1 \text{ and } 1 = 1$  ;  $1 \text{ or } 1 = 1$  ;  $\text{not } 1 = 0$  ;
- $1 \text{ and } 0 = 0$  ;  $0 \text{ and } 0 = 0$  ;
- $1 \text{ or } 0 = 1$  ;  $0 \text{ or } 0 = 0$  ;
- $\text{not } 0 = 1$

哇，这些都有了，你马上明白：只要有“开”（代表 1）和“关”（代表 0）这两种基本操作的器件，电脑便能够表示、存储、传输和计算信息了！

## 2 布尔的生平故事

科学和技术的发展通常都经过许多人的承传接力，上面说的信息技术也不例外。不过，我们这里只讲布尔的故事。

乔治·布尔（George Boole, 1815 年 11 月 2 日 - 1864 年 12 月 8 日）出生



于英格兰的林肯郡郡府林肯市（镇）<sup>1</sup>。父亲约翰是个颇为穷困的鞋匠，但对科学和算术有业余爱好，母亲玛丽安·乔伊斯是个佣人。布尔有一个妹妹玛丽安妮和两个弟弟威廉及查尔斯。

布尔自幼表现出对古典语言的特别兴趣，父亲便请一位卖书的朋友教了他一点拉丁文。布尔接着自学了一些希腊语，后来还自学了法语、德语和意大利语。布尔14岁时就读于林肯镇的一间技校（Bainbridge Commercial Academy），但16岁就因家境困窘而辍学，此后余生再也没有机会进入任何学校读书。他幻想过当一名牧师，但后来父亲生意衰落，他作为长子便担负起了支撑全家生活的责任。他到离家很远的唐卡斯特（Doncaster）镇找到一份工作，当一名小学助理教师。好处是，他有些课余时间可以自行学习和研究数学。据他自己解释，当年没有多少钱买书，而数学书可以慢慢看。据说他星期天做礼拜时还在看数学书，被认为是对神不敬，两年后就被解雇了。19岁的布尔回到老家林肯镇开办了一间小小寄宿学校，从事初等教育。

在林肯镇，布尔经常走访一家机械学院。该学院的院长是爱德华·布罗姆黑德爵士（Sir Edward Bromhead），他曾在剑桥大学学习数学并促成了剑桥本科生的分析学会成立。自从认识了布尔之后，这位热心的数学爵士就介绍并借给了布尔一些法国著名数学家的著作。林肯镇 Staint Swithin 教堂的迪克森（George S. Dickson）牧师也送给了布尔一本由法国学院数学主席西尔维斯特·拉克鲁瓦（Sylvestre F. Lacroix）写的微积分教科书（*Traité de calcul différentiel et de calcul intégral*, 1797）。这个时候，他自学的法语派上了用场。几年间，布尔广泛涉猎了牛顿、拉格朗日、拉普拉斯、泊松等数学家的论文和著作，做了大量的读书笔记，并写下了一篇题为“关于变分法的某些定理”（On certain theorems in the calculus of variations）的数学研究草稿。

1839年，24岁的布尔在《剑桥数学杂志》发表了生平第一篇数学论文“解析变换理论研究”（*Researches in the theory of analytical transformations*）。该论文颇得杂志首任主编邓肯·格雷戈里（Duncan F. Gregory）赏识，两人从此结为挚友。之后，布尔先后在该杂志及其系列《剑桥-都柏林数学杂志》上发

<sup>1</sup> 牛顿也出生在林肯郡，与布尔的故乡近在咫尺。

表了 22 篇论文。其中，布尔 1841 年发表的论文 *Exposition of a general theory of linear transformations* 被爱尔兰数学家乔治·萨尔蒙 (George Salmo) 认为是关于多项式代数与几何变换之不变理论的奠基之作，其理论在后来的半个世纪里由乔治·凯莱 (Arthur Cayley) 和詹姆士·西尔维斯特 (James J. Sylvester) 等一批数学家加以完备和发展。

1844 年，布尔凭发表在《伦敦皇家学会学刊》的优秀论文“关于分析的一般方法” (*On a general method in analysis*) 荣获英国皇家学会数学金质奖章。该论文提出了符号逻辑概念，发展了满足微分算子的形式代数规则并将之应用于微分方程求解以及级数求和的解析表达。皇家学会的颁奖词中说：“他的方法可以在科学领域中找到永久立足之地。”<sup>2</sup> 这篇得奖文章送审时有一位审稿人明确主张退稿，而另一位审稿人是爱丁堡大学的数学教授菲利普·凯兰 (Philip Kelland)。他慧眼识珠，提交了如下的评语：“我很荣幸皇家学会把这篇论文推荐给我审阅，我也很幸运地立即意识到它的重要性。我建议学会给予它一个认可的记录。”

1847 年，布尔出版了他第一本 86 页的小书《逻辑的数学分析》 (*The Mathematical Analysis of Logic*)，建立了逻辑和代数的联系，并由此引进了符号逻辑代数。在引言中他写道：“我的目的是建立一种逻辑微积分，并且我可以宣称，它在公认的数学分析形式中占有一席之地，尽管它目前作为对象和工具都仍然是孤独的。”

在 1846 年，英国物理学家开尔文 (Lord Kelvin William Thomson) 向爱尔兰皇后大学科克分校 (Ireland Queen's University Cork) 推荐了布尔，这一提名还获得了德·摩根 (Augustus De Morgan)、查尔斯·格雷夫斯 (Charles Graves) 以及前面提到的亚瑟·凯莱和菲利普·凯兰等几位大数学家的鼎力支持。经过历时三年的遴选，1849 年，没有学历的 34 岁的布尔最终获得了皇后学院的聘书，成为该校第一位数学教授。当年，数理逻辑学家德·摩根的评语写道：“我可以自信地说，他不仅精通最高水平的数学，而且具有扩展它们的内在力量，这使得非常受人尊敬的他在今天英国创新者中名列前茅。”数学教授菲利普·凯兰在推荐信中写道：“从他观念的独创性和知识的广度及准确性来说，我认为在欧洲很少有人能超越他……”。

布尔到皇后学院任教后，进一步整理了他关于逻辑和代数的分析工作。为了确保自己的数学理论能反映人的心理活动规律，他花了大量时间去阅读心理学文献，去熟悉哲学家们对逻辑思维的认知和评论。布尔希望他的新代数能够包含亚里士多德对人类推理的见解以及斯多葛哲学派 (Stoicism) 的命题演算，并试图遵循德国哲学和数学家莱布尼茨的思想将逻辑化为方程式去求解。布尔强调数学的本质不在于探究数学对象的内容，而在于研究其形式，并且他坚信数学可以用符号来表示。

1851 年，布尔被皇后学院任命为科学院长 (Dean of Science)。

<sup>2</sup> His method would find a permanent place in the science.