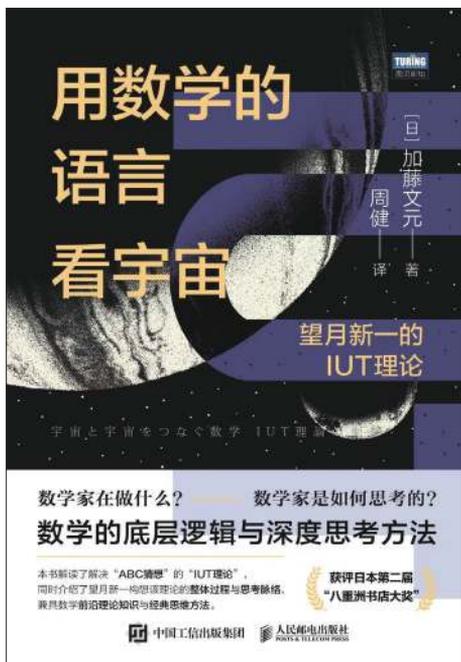


IUT 理论与数学上的美感

望月新一



事情恐怕要追溯到 2005 年夏天，那个时候，IUT 理论还在襁褓之中，为了廓清该理论的一些基本想法，并深入探讨与之相关的数学内容，我和加藤文元开设了一个小小的讨论班。以当时自己的心境来说，绝对没有预想到，在十几年后的今天，加藤竟然能够写出一本向广大读者介绍这个理论的科普书，而且还会找我来给这本书写一篇卷首语。

对于 IUT 理论更为详细的解说，还请读者阅读本书正文。如果要用一句话来概括的话，那么可以这么说，我们通常所说的“自然数”（也就是 0, 1, 2, 3, … 这些数）在加法和乘法两种运算的支撑下构成了一种所谓的“环”结构。这

个结构是非常复杂的，而 IUT 理论就像是这样一种数学机器，通过它我们能够把自然数的加法和乘法这两个“自由度”（等于“维度”）拆解开来，并借助某种数学式的显微镜来进行观察，这使我们能够通过“大脑中的眼睛”来直观地对它们进行重组或复原，由此来提取出拆解之前的加法和乘法之间那种复杂的交缠方式中的某些关键性的定性信息。

在拆解之前，加法和乘法这两种运算在“环”结构中的关联方式是非常“稳固”的（借用数学文献中经常出现的著名用语，这个关联方式具有“非同寻常的刚性”）。一直以来，人们认为想要让这个关联方式产生“松动”或者“变形”是无论如何也做不到的（即使把以前数学中的那些“常规工具”全都调动起来）。

在 IUT 理论中，对加法和乘法之间的这个“应该是无比坚固的关系”进行拆解和变形，刚好就是该理论的核心部分。而且，不仅是单纯地进行拆解和变形，还可以反过来对其进行重建，并且在这个重建的过程中，并没有把原来那个坚固的状态完全恢复，而是不得不带着各种各样的“松弛度”（即数学中所说的“不确定性”），最终以一种“松松垮垮”的状态复原。换句话说，复原之后的加法和乘法之间的关系，已经不是原来那种坚固关系本身，而只是对于原本的坚固关系的“某种近似”。

与加法和乘法之间原本的坚固关系相比，这种在复原过程中出现的各种各样的“不确定性”，导致了最终结果也是“松松垮垮”的状态。如果我们用数学界本来就有的那种朴素的感觉

好书推荐

(这可能也是大多数普通人都具有的感觉)来体会的话,可能只会把它当作“一种新发现的数学现象”,然后泰然自若地从逻辑上予以理解和接受。先不管这种做法是好事还是坏事,再优秀的数学家,终究也不过是生活在人类社会之中的“凡夫俗子”。

实际上,“不确定性”或者说某种“近似”这一现象本身在以往的数学文化中也并不是什么特别新奇的事。举例来说,在分析学(这个数学分支就是我们在高中学习过的数列极限和微积分的进一步深化)中,人们从很早以前就已经在使用这样一种思考方法,即我们不再把找到“精确解”作为目标,而是将寻求用不等式的方式来表达“近似解”,或者证明“在正负多少的范围内是有解的”这种性质作为目标。

但是,从某种意义上说,自从数学这门学问诞生以来,人们一直认为,在“加法和乘法之间的坚固关系”(即“环的结构”)之中,类似于“松弛度”(“不确定性”)的东西是无论如何也不可能存在的。如果有一种理论想要把这个关系上的“松弛度”(“不确定性”)当作数学上有意义的东西来承认的话,那么对于研究“环”和“数”的结构性质的“算术几何学”这个领域的很多研究者来说,这已经轻易地跨越了可接受的范围,肯定会被当成过于激进的想法。

实际上,如果把被很多著名的研究者长期认为“不可能存在”的东西当作“完全有可能存在”的东西来理解和接受的话,那就意味着要把许多极其“顽固”的“固定观念”和“评价尺度”从根本上予以否定和推翻,相应地,建构在它们之上的数量众多的社会性结构、组织、地位等也会被动摇。而且,那些与此有关的人很容易生出这样一种联想,即对这种既有的“固定观念”和“评价尺度”的否定所产生的后果,将不会仅仅停留在给算术几何学这个特殊的数学分支所带来的“一次性”的影响,

而是会波及许多与数学没有直接关系的一般社会结构、组织、地位等。从这个意义上来说,认为这件事“过于激进”也是具有一定合理性的。

本书的正文通过列举很多在历史上已经发生过的事情来说明,人们原本认为某个概念性构造是“坚固无比”的,后来发现在其中实际上存在着某种“不可避免的内在松弛度”(“不确定性”),由此带来了思维方式的根本性转变。从这个角度来思考的话,我们很容易联想到下面这些事例。

在“大航海时代”的欧洲,伽利略等人所主张的地动学说还不能被社会所接受,因而其遭遇了各种各样的严酷“镇压”。地动学说的中心思想是,人们一直把地球当作宇宙中心,认为它是一个有着完全固定状态的绝对性存在,但它实际上是在自然界中某种巨大力量的推动下,不停地围绕着太阳在转动。

在20世纪早期至中期的“德语圈”中,在爱因斯坦等人的努力下,以相对论和量子力学为代表的理论物理学取得了惊人的进展,但同时,我们也能看到对培养这些学科的学术风气持强烈否定态度的言论。相对论是这样一种理论,它认为时空的几何结构并不是一个固定的欧几里得空间(用“浅显”的语言来说,这就是平面的高维推广)那样的结构,即便在局部上我们能近似地把时空看成具有欧几里得空间的结构,但从整体上来看,它的结构必然会偏离欧几里得空间,也就是说,局部上的欧几里得坐标已经出现了“摇晃”。而在量子力学的理论中,基本粒子的动力学已经不能在一个固定的数学框架(也就是古典力学中的微分方程组)下以完全确定的方式来进行描述,而是要遵循所谓的“不确定性原理”,且只能对各种可能性的概率分布进行计算。也就是说,基本粒子具有必然且内在的“不确定性”,这正是量子力学的核心观点。

在上述的任何一种事例中,对新理论中所