

阿尔福斯

——二十世纪最杰出的复变函数理论家

陈关荣

菲尔兹奖是在国际数学联盟 (International Mathematical Union) 主办的国际数学家大会上颁发的一个重要奖项。该奖项根据加拿大皇家学会院士、数学家菲尔兹 (John Charles Fields) 的意愿以他的遗产设立, 每四年颁发一次, 授予当年元旦前未满 40 岁的有卓越贡献的优秀数学家。按规定每次最多可有四位获奖人, 每人一枚金质奖章和 1500 美元奖金。

第一次菲尔兹奖于 1936 年颁发, 授予 29 岁的芬兰数学家拉尔斯·阿尔福斯 (Lars Valerian Ahlfors) 和 39 岁的美国数学家杰西·道格拉斯 (Jesse Douglas)。阿尔福斯证明了法国数学家丹乔伊 (Arnaud Denjoy) 在 1907 年提出的一个猜想, 即“全纯函数的不同有限渐近值的个数不大于该函数阶的两倍”, 并发展了复变函数和黎曼曲面的几何分析方法; 道格拉斯则证明了由意大利裔法国数学家拉格朗日 (Joseph-Louis Lagrange) 于 1760 年提出、后来由意大利数学家普拉托 (Joseph A. F. Plateau) 总结出来的一个数学问题, 即给定边界的最小曲面的存在性。

阿尔福斯是二十世纪最杰出的一位复变函数理论家。他在荣获菲尔兹奖半个世纪之后, 于 1981 年因对复变函数基本理论的贡献及其几何分析方法的创立而荣获沃尔夫数学奖。该奖项是沃尔夫基金会在 1978 年设立并开始颁发的年度数学奖, 表彰成果丰硕的资深数学家的终身成就。基金会由知名犹太人工业家沃尔夫 (Ricardo Wolf) 于 1975 年设立。这里顺便提及, 著名数学家陈省身也获得过沃尔夫数学奖, 而像阿尔福斯那样获得菲尔兹和沃尔夫两项大奖的华裔数学家有丘成桐。



拉尔斯·阿尔福斯 (1907-1996)

Lars V. Ahlfors

Lennart V. Ahlfors

【一】生平

阿尔福斯于1907年4月18日出生在芬兰赫尔辛基。他家至少从爷爷一代开始就居住在奥兰群岛（Åland Islands）。该群岛是芬兰的一部分，但大部分居民是瑞典人而且全岛只说瑞典语。“阿尔福斯”是典型的瑞典姓氏，他一家几代人也都只说瑞典语。父亲阿克塞尔（Karl Axel M. Ahlfors）出生在奥兰群岛，年轻时是一名机械工程师，后来成为赫尔辛基理工学院的工程学教授。母亲赫兰德（Sievä Helander）在生下阿尔福斯时难产去世。他有两个姐姐：Aune 和 Isa。父亲后来再婚，有一个小女儿。

阿尔福斯小时候在赫尔辛基一间瑞典语私立学校读书。在学校里，他开始学习芬兰语，同时也学习德语、英语和法语。在家里，阿尔福斯三岁时起父亲经常问他一些简单有趣的数学问题，因此他从小就对数学着迷。他并不是神童，在家里跟着两个小姐姐学习数学。他喜欢读书，最大的乐趣是做数学习题。但他不喜欢运动，总觉得周末和假日不上学很无聊。他喜欢学习各种语言，而最不喜欢学习的是历史课。此外，他学会了拉大提琴。在家里，父亲对他的学习从来都不施加压力。他后来回忆道：“在见过许多同辈天才少年被望子成龙过于心切的父母逼成庸才之后，我非常感谢父亲的克制。当年我们的高中课程并不包括微积分，但我设法自学了一些。这要归功于我经常偷偷地去看父亲家藏的工程学书籍。”起初，父亲希望他成为一名工程师，但意识到他对数学充满热情却无法掌握好机械知识时，父亲便改变了想法，希望他成为一名数学教授。



林德洛夫（1870–1946）



奈望林纳（1895–1980）

阿尔福斯1924年中学毕业后就读于赫尔辛基大学，并于1928年春毕业，获哲学学士学位。他决定留校继续学习数学，成为了林德洛夫（Ernst Leonard Lindelöf）和奈望林纳（Rolf Herman Nevanlinna）两位教授的研究生。

林德洛夫教授是自学成才的数学家，被誉为“芬兰数学之父”，因为上世纪二十年代芬兰的所有数学家都是他的学生，包括奈望林纳。因此，阿尔福斯是奈望林纳的学生也是他的师弟。奈望林纳后来在数学界声望很高。1962年，奈望林纳担任国际数学家大会主席。当年，他还是国际数学联盟主席和菲尔兹奖评选委员会主席。他这三位一体的学术地位，实属空前绝后。在1982-2018年间的国际数学家大会上，国际数学联盟不仅颁发以纯粹数学为主题的菲尔兹奖，还颁发一个以应用数学为主题的大奖——奈望林纳奖。该奖后来更名为国际数学联盟算盘奖（IMU Abacus Medal）。

1928年秋天，在瑞士苏黎世理工大学任教的德国数学家外尔开始学术休假，准备到美国访问一年。于是他邀请奈望林纳去苏黎世理工大学接替他的职位。阿尔福斯在导师林德洛夫的建议下跟随奈望林纳一同前往瑞士访学。当时，在苏黎世理工大学任职的匈牙利数学家波利亚（George Pólya）主持一系列的数学讨论班。奈望林纳在讨论班的多次演讲中介绍了复变函数论中一些悬而未决的重要问题，包括丹乔伊关于全纯函数渐近值个数的猜想。没想到，丹乔伊猜想引发了博士生阿尔福斯的强烈兴趣。

在苏黎世理工大学访学期间，阿尔福斯在奈望林纳和波利亚两位教授的指导下开始了有意义的数学研究工作。他基于自己发展的共形映射（conformal mapping）方法对全纯函数渐近值分布做出了很好的研究结果。他非常感激两位教授为他提供了“相当大的帮助”。可是两位教授却认为，那是阿尔福斯自己完成的主要工作，他们坚持要求学生仅以自己的名义去发表文章。多年之后，阿尔福斯还很认真地说：“后来我一直试图通过不接受与学生合著文章的方式来偿还我欠他们两位的债务。”

1929年，阿尔福斯用自己发展的新方法证明了丹乔伊猜想，让它成为一条“丹乔伊-阿尔福斯定理”。这个令人惊诧的成果让时年21岁的阿尔福斯声名鹊起。在返回芬兰三个月前，阿尔福斯跟随奈望林纳前往巴黎，在那里他们见到了丹乔伊本人。丹乔伊高兴地说，现在21是他最喜欢的数字，因为他在21年前提出的猜想现在被一个21岁的年轻人证实了。后来，数学文献中有了一条“丹乔伊-卡勒曼-阿尔福斯定理”，其中的托斯顿·卡勒曼（Torsten Carleman, 1892-1949）是瑞典数学家，他在1933年发表了关于丹乔伊猜想的一个简洁证明，为后人所采用。

1930年，阿尔福斯从苏黎世返回芬兰后，在位于图尔库的一间瑞典语奥博大学（Åbo Akademi）获得了第一份教职，开始时担任代理讲师，后来成为常任讲师。在该校教书同时，他也注册为赫尔辛基大学的在职研究生，继续跟随林德洛夫和奈望林纳做函数论研究。1930-1932年间，阿尔福斯多次前往欧洲访学。期间，他获得洛克菲勒基金会奖学金资助，在巴黎停留了较长的时间。

1932年，阿尔福斯完成了学业。他的博士毕业论文题为“共形映射理论和全纯函数的研究”。

阿尔福斯获得博士学位后，随即在赫尔辛基大学担任数学助理教授。1933年，阿尔福斯与奥地利姑娘埃尔娜·莱纳特（Erna Lehnert）结婚。埃尔娜先是随父

Lau V. Ahlfors