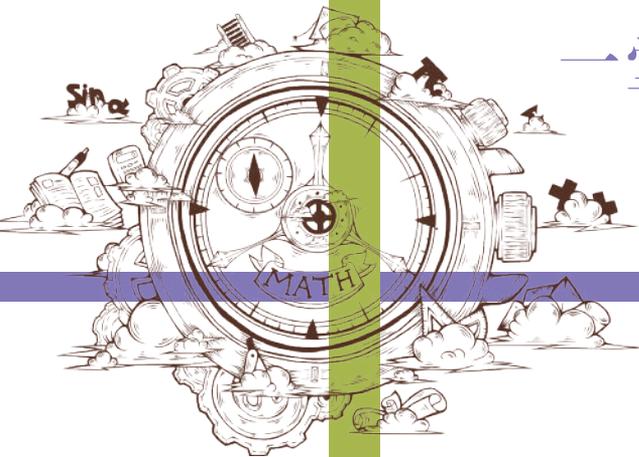


# 一堂生动的近世代数导论课

刘 钝



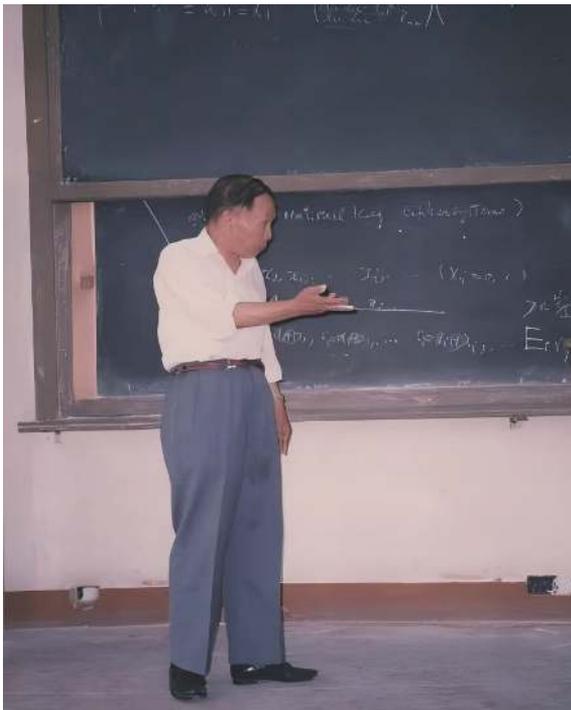
《数学文化》刊发过一篇纪念传奇数学家曾肯成先生的文章<sup>1</sup>，读来颇为受益。该文的作者之一李尚志是曾先生的亲炙弟子，也是中国首批培养的18名博士之一，他在回忆恩师讲授抽象代数这门课时写道：“取‘抽象’作为名字，内容当然以抽象为特点，是用抽象的公理化的方法处理群、环、域等代数结构。曾老师却说：讲抽象代数应当从讲故事开始，从三分角、五次方程求根公式这样有名而又有趣的故事开始。”<sup>2</sup>我未能亲承春风沐雨，但有个小小的机缘就近聆教，或许能为尚志老师的回忆增添一则花絮。

1978年秋天，中国恢复了停滞10年之久的研究生招考制度，中国科学院研究生院栖身北京海淀区六道口的林学院（今北京林大）办学，下属各所（以及部分中科大、哈工大）的近千名老少学子，集中在一座楼里起居和学习。那是一个百废俱兴、充满生机与希望的时代，许多著名科学家都来此开课，基础课对所有研究生开放。记忆中相关的数学课程有吴文俊的机器证明、胡世华的数理逻辑、陈希孺的实变函数、殷涌泉的复变函数、韩念国的线性代数，不久前被广泛宣传的“青年”数学家杨乐也开了一门单复变函数论。同宿舍住着两位科大的学长，闲聊时说起韩念国是韩复榘的孙子，以及文革中为几名北京中学生数学迷开小灶讲集合论与测度论的故事。他们告诉我还有更神奇的人物呢，科大的老师曾肯成聪明过人，博通古今，据说还与曾国藩沾亲，于是第二年我就去旁听了曾先生的近世代数课。对自己的专业是否有多想，见识与知识同样重要，这是我一贯的想法。

曾先生个子不高，精神炯烁，说话带着湖南乡音。他先从数学的抽象性说起，

<sup>1</sup> 张英伯, 李尚志, 翟起滨. 数奇何叹, 赤心天然——记数学家、密码学家曾肯成, 数学文化, 2019(2), pp. 3-26, 2019(3), pp. 3-23.

<sup>2</sup> 李尚志. 名师培养了我——比梦更美好之二, 史济怀主编, 中国科学技术大学数学五十年, 合肥, 中国科学技术大学出版社, 2009, pp.92-198.



曾肯成先生在讲课（中国科技大学档案馆提供）

几只羊、几个人之间的关系抽象出来就成了一道方程式，但是这门课里没有羊和人，只考虑代数结构及结构中各种元素间的关系，元素本身是什么我们不去管，这就是抽象代数。由于熊全淹先生那本书的影响，国内一般称之为近世代数。曾先生推荐的参考书有范·德·瓦尔登的《代数学》与瑟奇·兰的《代数》。

接着他从传统代数学的一条主脉解方程开始，先在黑板上写出一个简单的方程  $ax + b = 0$ ，说是最早出现在 3600 年前的埃及纸莎草上，本来是用象形文字表达的<sup>3</sup>。自那以后，解方程这条主脉就沿着两个方向发展：第一是增高未知项  $x$  的次数，从一次到二次、三次以至高次；其二是增加未知项  $x$  的数目，从一元到二元、三元以至更多元，用数学语言表达出来就是：

$$ax + b = 0 \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=0}^{n-1} a_i x^{n-i} + b = 0 \\ A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix} = 0 \quad (A \text{ 为 } m \times n \text{ 阶系数矩阵}) \end{array} \right.$$

<sup>3</sup> 即莱茵德（Rhind）纸莎草，或以其抄写者命名为阿默德纸莎草，现存英国博物馆。