

今年的7月7日是一位杰出的华人数学家100周岁的诞辰。他的名字叫林 家翘(1916年7月7日-2013年1月13日)。在中国大陆,知道他大名的理 工科学生远不及知道陈省身的多,因为后者回国定居早,且因创办南开数学研 究所等伟绩而频上媒体,家喻户晓。可是在美国的应用数学界,他被同行的尊 崇程度丝毫不输后者在纯粹数学界的显赫声名。

林家翘的21周岁生日,伴随着他清华大学物理系的毕业喜悦和卢沟桥上 响起的日寇枪声。40年代的第一年,他踏上北美大陆的求学之路,先后获得硕 土博士学位。从1947年起直至退休,他在麻省理工学院辛勤耕耘40年,35岁 成了美国国家艺术和科学院院士,42岁被遴选为台湾的中央研究院院士,46 岁当上美国国家科学院的院士,50岁成为麻省理工学院最高档次的学院教授 (Institute Professor)。他同样杰出的麻省理工数学系同事中,控制论之父、第 二届美国国家科学奖得主维纳(Norbert Wiener, 1894-1964)比他年长 22 岁, 1959年65岁时得此殊荣;而维纳最杰出的学生、数学系大发展时期的主要建 筑师列文森(Norman Levinson, 1912-1975)比他大 4 岁,却比他迟 5 年戴上桂 冠;比他年轻8岁、现已92高龄的辛格(I. Singer, 1924-),以Atiyah-Singer 指标定理著称于世,2004年与阿蒂亚 (Michael Atiyah, 1929-) 共享阿贝尔奖,

1987年63岁时才被冠以本校教授群中 荣誉最高的这个头衔。

整个70年代,林家翘获得了他一 生中的几个主要奖项,包括1973年美 国物理学会的第二届奥托·拉波特 (Otto Laporte) 奖(此奖 2004 年合并到流体力 学奖)、1975年美国机械工程师学会的 铁摩辛科 (Timoshenko) 奖 (这个应用 力学领域公认的最高奖表彰他"对流体 力学特别是流动稳定性、湍流、超流氦、 空气动力学和星系结构的杰出贡献")、 1976年美国国家科学院的应用数学及数 值分析奖、1979年美国物理学会的首届 流体力学奖。

从 1972 年起, 林家翘就开始访问 中国大陆,并以他的名望和影响力邀请



青年林家翘

了众多美国知名学者来华演讲,如比他年轻一代的同事斯特朗(Gilbert Strang, 1934-)。同时他也安排多位国内学者去麻省理工进修深造,培养了立足国内的 应用数学带头人,开辟了流体力学等研究领域的新疆场。1994年,林家翘与 陈省身(1911-2004)、杨振宁(1922-)及李政道(1926-)等当选为中国科学 院的第一批外籍院士。又过了8年,他叶落归根,回到母校清华大学出任周培 源应用数学研究中心的名誉主任,继续为祖国的应用数学发展壮大贡献力量, 直至三年前的1月13日去世。

陈省身先生曾被选为美国数学会的副会长,而林家翘先生则担任过美国数



郭永怀

学会应用数学委员会的主任, 也当过两 年美国工业与应用数学协会(SIAM)的 会长, 任期是 1972 年至 1974 年, 是这 个学术组织(2013年时已有超过14000 个会员)自1951年创立后迄今为止唯一 的华人会长, 也是唯一的亚裔会长。

美国国家科学奖首届得主冯•卡门 (Theodore von Kármán, 1881-1963) 指 导过四位中国名人的博士论文:钱学 森(1911-2009)、郭永怀(1909-1968)、 林家翘以及理论物理学家胡宁(1916-1997)。日后他们都有傲人的科学成就。 前两人五十年代中期先后回到祖国,为 中国的航空及国防科技贡献巨大, 郭永 怀甚至因公牺牲, 英年早逝。我十年前



郭永怀先生与夫人李佩

曾有幸与郭永怀先生的夫人李佩 (1918-)合影一张。《中国青年报》 在林家翘逝世后两天的报道中引 用了她的一次公开回忆:在这师 兄弟中,"最聪明的是林先生"。

林家翘是个值得追忆的名数 学家。回顾他的科学生涯、聆听 他关于纯粹数学与应用数学的真 知灼见, 可以帮助我们更好地理 解数学的真谛与文化, 更深地领 略数学家的使命与功能。

## 留学时代

林家翘祖籍福建, 却在北京 长大。他的父亲林凯虽无大名气, 却是名人戊戌六君子之一林旭 (1875-1898) 的弟弟, 英年早逝 前为清末铁道部的一名文职人员。 他的母亲则是民国期间先后担任

过北京师范大学校长和厦门大学首任校长的邓萃英(1885-1972)之妹。他的妻子 梁守潆为福州人,是中国航天事业的奠基者之一梁守槃(1916-2009)院士的妹妹。

中国前几年对高考状元宣传热烈,但许多状元仅成了昙花一现的过客。林 家翘也曾是某种意义下的"状元",1933年以全校第一名的成绩考进了清华大 学物理系。但他是读书种子常青树,四年后依然以第一名的成绩毕业于清华大 学物理系,随即留校担任助教,成了抗战时期西南联合大学的一员。

当年,日寇的铁蹄正在践踏祖国的山河。林家翘一毕业,日军就进攻了上 海。我最近在中央电视台的纪实频道中,看到国民党桂系军队与日军殊死搏斗 的历史镜头。但是,就像一百年前大刀高举的义和团不敌洋枪在手的西方列强 一样,缺乏空中优势的我军,再强的爱国主义激情也难以转换成杀敌扬威的战 场捷报。深知保卫上海的第三代柯蒂斯鹰双翼飞机远比不上速度更快的日本战 机, 林家翘的老师周培源(1902-1993)敏锐地感到空气动力学及航空工程等 应用力学的人才是国家所迫切需要的。他大力呼吁有机会出国深造的留学生尽 快学习研究这些知识。

1939年,林家翘与比他年长近7岁的北京大学物理系毕业生郭永怀、比 他大近 4 岁弃文从理的同系学长钱伟长(1912-2010),以及其他十八个英才同 期考取了庚子赔款留英公费生。他们三人5门的考试总成绩均超过了350分, 都被原本只配给一个名额的力学专业录取。英国是诞生牛顿的国家,是应用数 学的发源地,并且其传统几百年不衰。20世纪上半叶的世界流体力学权威泰 勒爵士 (Sir Geoffrey Ingram Taylor, 1886-1975) 正担任着皇家学会的研究讲 座教授,提出了对付湍流的新方法。但 那年年底希特勒纳粹对波兰的闪电式入 侵导致第二次世界大战的爆发, 船只交 通中断,他们无法赴英。第二年,在周 培源教授的帮助下,他们改道留学加拿 大,8月份一同抵达多伦多大学的应用 数学系攻读研究生。

有趣并且幸运的是, 林家翘与郭永 怀及钱伟长三人都跟随了爱尔兰籍的系 主任辛格 (John Lighton Synge, 1897-1995)教授做学问, 日后都成了东西方 有名的应用数学家。他们三人都在第二 年拿到硕士学位,钱伟长研究的是板壳 理论, 而郭永怀和林家翘做的属于流体 力学。如此看来,具有深厚英国应用数



钱伟长

学学派传统、1943年成为英国皇家学会院士的数学家及物理学家辛格,让这 三位华人分别选择固体及包括液体和气体在内的流体作为他们硕士论文的力学 对象,已经穷尽了人类通常见到的物质三态。

一拿到硕士学位,这留加"桃园三结义"中的"大哥"与"小弟"都奔赴 美国加州理工学院深造而去,那是周培源的博士母校;中间的"二哥"钱伟长 则继续跟辛格读博,又过了一年就神速地将博士帽戴在头顶,然后也去与他们 会合了,只不过摇身一变为博士后性质的研究工程师。辛格在那个时期可能已 经是"身在曹营心在汉",经常朝国境线南边的美国跑。学生的快速毕业说不 定也与此有关。辛格的英文维基传记上说,1941年,他成了美国布朗大学的 访问教授,1943年被任命为俄亥俄州立大学数学系主任,三年后又成了卡内 基理工学院(中国桥梁之父茅以升(1896-1989)是那个学校的第一个工学博 士)的数学系主任,到了1948年他回归自己的祖国,当上1940年建立的都柏 林高等研究院理论物理部的高级教授(Senior Professor),当时另一个高级教 授是大名鼎鼎的理论物理学家薛定谔(Erwin Schrodinger, 1887-1961)。如果说, 辛格日后成为学界名人的三位中国弟子是他加拿大事业的骄傲,那么他在美国 的最大成就可能是他回国前将天才学生纳什(John Nash, 1928-2014)推荐给 普林斯顿大学读数学博士。当然,他对后代的一大贡献是生育了一个未来的美 国科学院院士及美国数学会的女会长 Cathleen Synge Morawetz (1925-)。

郭永怀与林家翘从遥远的加拿大东南部扑向美国的西海岸,原因很简单, 那里有赫赫有名的空气动力学家冯•卡门坐镇加州理工学院。1939年,比林家 翘年长不到 5 岁的钱学森已经在冯•卡门的门下获得博士学位,1943 年当上了 加州理工的助理教授,两年后提升为副教授,36岁时由于导师的推荐而成为 麻省理工学院当时最年轻的正教授,过了两年又回到母校加州理工学院担任喷 气推进中心的主任。他大概是冯•卡门的最优秀弟子,虽然一生的学术成就难



从左至右:普朗特,钱学森,冯•卡门

说已经"青出于蓝而胜于蓝",但他对祖国国防科技的贡献可以和他的老师对居 住国的贡献并驾齐驱, 甚至有过之而无不及。冯•卡门从肯尼迪总统手中接受 首届国家科学奖奖章时,正经有81岁的高龄,获奖后不到三个月就去世了。当 45 岁的总统想搀扶这位德高望重的科学家时,一生幽默的他微笑着轻轻挣脱, 又不忘吐出一句调侃之语:"总统先生,一个人向下时不需要扶助,只有向上 时需要。"钱学森是迄今为止唯一的中国"国家杰出贡献科学家"称号获得者, 他获奖感言喷发出的爱国烈火感动了许多中国人。我二十年前读过冯•卡门 的自传 The Wind and Beyond, 其中专列一章只谈他的学生: Dr. Tsien of Red China (红色中国的钱博士)。作者认为钱学森是他的最杰出弟子 ("my most brilliant student")。加上"最"字就说明了一切,因为西方人一般慎用形容词 的最高级,一旦用了,往往只说"之一"。二十多年前美国大学助理教授位置 难拿时,我听说一位数学大教授给他每个弟子的推荐信中都说此人是他"最好 的学生之一",于是他那些位居下游的博士们也可以到处耀武扬威一番了。虽 然冯•卡门在他的自传中没有提到他的其他中国学生(原因之一大概是他们没 有钱学森与美国移民局苦斗五年的生动故事),但就一生的学术贡献而言,或 许林家翘可以和他的最优秀师兄相提并论。

冯•卡门慧眼识能人,看出了林家翘不是只会考试的平庸之辈,因此他 给这位中国小伙子出的博士题目不是一个小问题。那是一个关于平行剪切 流的稳定性问题,是在德国著名理论物理学家索默菲(Arnold Sommerfeld, 1868-1951) 指导下, 1923 年于慕尼黑大学拿到博士学位的海森堡(Werner Heisenberg, 1901-1976) 的博士论文主题。索默菲本人虽然获奖无数,就是缺 了一枚诺贝尔奖牌,后来由他的几个杰出学生为之弥补了,其中最有名的是 海森堡,1932年因共同创立量子力学以及他最有名的"测不准原理"而得奖。

无论怎样给全世界历史上最伟大 的物理学家排名,他的名字都会在 前十之内。

地球的表面大部分是海洋, 地 球的上空到处是气流。自然界每时 每刻发生的从层流到湍流的变化, 就是不稳定性作祟的结果, 其变幻 无常对于物理学家来说,简直就是 扑朔迷离,至今都有重重迷雾。索 默菲对湍流一直怀有敬畏之情。据 说早在量子力学刚刚显山露水的 20年代,他只指望"在我去世前, 有人告诉我量子力学的秘密。"而 当别人问他"那湍流的问题呢?" 他回答道:"那只有等待圣•彼得 在我上天堂时告诉我了。"他相信 年轻的海森堡足够聪明、足够独 特,就让他去"抽刀断湍流"。

海森堡的博士论文研究湍流的 本质及层流的稳定性。这要求利用 关于层流小扰动的一个线性四阶 微分方程,称为奥尔-索默菲方程。 它的求解极具挑战性, 因为方程有 某种物理意义上的边界奇异性。海 森堡非凡的直觉使得他找到了总 共四个的可能解。他并且推测到当





海森堡

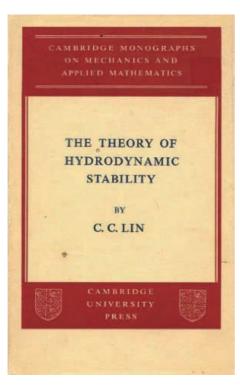
稳定流边界条件被打破时所产生的湍流性质。但是他没有给出令人信服的物理 解释,不太精密的求解过程说服不了比较谨慎的理论家。这常常是物理学家和 数学家之间处理问题的相异之处。海森堡的著名论文《关于流体流动的稳定性 和湍流》就是他博士论文研究的结晶。

林家翘严谨化了海森堡留下的存疑部分,本质上是求解上述方程的特征值 问题。他通过某种数学变换,采用了一种称为渐近逼近法的解析手段来处理海 森堡未能严格解决的问题。此法基于从稳定过渡到不稳定时临界雷诺数会很大 的这样一个观念,因此可用一个大的参数给出渐近展开式。这种情形我们在微 积分的应用中也会遇到。比如一个收敛级数可能及其缓慢地收敛,而采用某种 渐近方法,其收敛速度可以出奇的迅速。现已成熟的偏微分方程数值解的奇异 摄动理论就是这种思想的后继者。林家翘如此得到的解析解与海森堡从直观上 "猜"出的结果定性相符。后来,人们将这段历史戏称为"海森伯格猜出而林 家翘算出了二维湍流解"。

但是林家翘有点超越时代了。那时,渐近方法还没有什么完整的理论,导 致一些人不承认他的奇思妙想。用差商近似导数的有限差分法似乎是当时近似 求解微分方程的不二法门,于是一位名叫 Pekeris 的德国数学和物理学家就用 有限差分的通常技术,设计了对付同样的平面层流问题的直接数值方法,其结 果却与海森堡和林家翘得到的恰恰相反。

这个时候,海森堡已经丢开了流体力学这个"小题目",而早已成长为量 子力学新天地中的一名骁将。二战后,作为战败国一员并曾为希特勒的原子弹 计划挂过帅的科学家,他有机会再次回到流体力学这个论题。40年代初林家 翘还仅仅是个二十多岁的博士生,名气上远远不敌那个 Pekeris 教授。有一天, 林家翘的导师与同胞大数学家冯•诺依曼在一家中国餐馆聚餐,抓住机会把林 家翘介绍给这个现代电子计算机的创始人。这两位匈牙利人大部分时间都用母 语交流,幸运的是,冯•诺依曼可以讲一口比冯•卡门流利得多的英语(后者 在其自传中讲过一则美国记者把他嘴里吐出的"实验室"英文 laboratory 听成 "洗手间(lavatory)"的笑话),因此林家翘可以请求他帮助用差分法验证海森 堡问题的答案。最终,在那个时代最强大的 IBM 电脑帮助下,计算证实了海 森堡和林家翘是正确的,而对方的错误在于对这类奇异诡秘的方程,步长取得 过大,以至于不能对依赖于变化率很大的雷诺数的函数取得可靠的数值逼近。

林家翘这个早期学术生涯的争论经历,让他更坚定地相信科学研究中的物 理直觉,而不是盲目地相信数值计算,无独立思考地服从权威。常规方法的数 值计算,对于通常的非奇异问题,结果常常是令人信服的,是与实验或事实相



林家翘专著《流体稳定性理论》

符的。但是自然界是复杂多变的,看 似确定性的变化过程却时有可能显示 出随机性的不可预测。这是混沌学 里司空见惯的现象。如果60年代初 的日本研究生上田皖亮 (Yoshisuke Ueda, 1936-) 敢于冒犯导师的权威 而坚持自己的观点,那么"混沌之父" 的桂冠说不定就戴到了他的头上。当 初他在计算中发现了对初始条件的敏 感性这个杜芬微分方程的内在混沌特 性,但是东方文化浓厚的导师训斥他: 不要想入非非,这仅是计算误差的传 播而已。另一方面,如果麻省理工的 洛伦兹 (Edward Lorenz, 1917-2008) 教授在他的气象玩具模型微分方程组 的计算中死抱"误差传播"的教条而 看不到本质的区别,他也会痛失"蝴 蝶效应"的发现权。

林家翘的博士论文打响了他日后

成为流体力学"稳定性之父"的第一炮。这个杰出的工作被他收进 1955 年由剑桥大学出版社出版的著作《流体稳定性理论》,这是世界上第一本系统讲述流动稳定性的专著。40 年代后期,当海森堡又回到自己的博士论文课题时,在哈佛大学召开的一次美国数学会年会上,他对林家翘的工作赞不绝口,说一个中国人运用深刻的数学方法,得到了更好的结果。于是林家翘的名气开始在应用数学界和物理界冉冉升起。后来,林家翘进一步证明了一类微分方程解的存在性定理,为最终彻底解决海森伯格问题所引起的长期学术争议建立了数学基本理论。

林家翘 1944 年博士毕业后,留在喷气推进实验室从事了一年的博士后研究,继续与导师合作研究湍流的理论。同时,他还研究了用于飞机设计和火箭发展的燃气涡轮的空气动力学、振荡机翼和冲击波理论,这些工作在他第二年开始的教授生涯中延续了下去。

## 教授生涯

林家翘的正式教职起始于 1945 年,那年他被聘为美国布朗大学的应用数学助理教授。一年后,他被提升为副教授。1947 年,他就被麻省理工数学系挖去当副教授,1953 年晋升为正教授。麻省理工创校之初的几十年,数学系



林家翘在演示螺旋结构

基本上是只管教书的服务系,尽管创造型的大数学家维纳一直呆在那里。那些 年,每个教授每周要教十几小时的繁重课程,包括维纳。但是从40年代开始, 尤其是二战结束后,学校领导懂得了数学研究的重要性,开始重视数学系的发 展,从此数学系的定位由教学型转为研究型。之后的一甲子直至今日,麻省理 工的数学系从地面飞到天上,甚至可以和旁边的哈佛比比高低了。

林家翘加盟麻省理工学院,可以说是该校应用数学研究的起点。他发展了 解析特征线法和 WKBJ 方法,解决了关于微分方程渐近解理论的一个长期未 决问题。命名 WKBJ 方法的四个字母来自四个先驱者的姓 Wentzel、Kramers、 Brillouin 及 Jeffreys。这个方法用于一类带小参数的线性常微分方程,其未知 函数最高阶导数的系数就是那个几乎为零的小参数。当参数等于零时,方程的 阶数下降至少为一,因而解的结构和性质发生大的变化,这和动力系统领域的 分支现象类似。WKBJ 方法的基本思想是将解写成带有参数  $\delta$  的一个渐近级数 当 $\delta$ 趋于0后的极限。将这个渐进级数代入原方程,可以通过逐项比较的方法 决定级数中 $\delta$ 幂次的系数函数。这是当今已经广泛使用的奇异摄动法的一个典 型范例。我在密歇根州立大学数学系读博士学位的第二个短学期,修过一门课 程《应用数学高等论题》,内容为奇异摄动方法,是一位数学系和机械工程系 的双聘教授讲授的。那位来自台湾的风度翩翩的高个头王教授, 其 50 年前的 应用数学博士学位就来自麻省理工学院。我那时还不知道林家翘身兼奇异摄动 大军的教头,否则我修这门课的劲头会更大,尽管我还是拿了个 A。

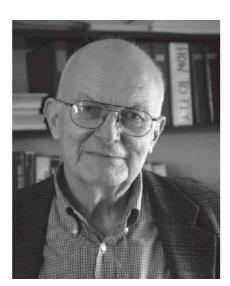
林家翘是美国当代应用数学学派认可的领路人之一,也是国际公认的力学 和应用数学权威之一。就像陈省身被誉为"现代微分几何之父",有人将他尊 为"应用数学之父"。除了上述的两项杰出工作外,他在应用数学方面的最大 成就之一当属流体力学,其主要贡献包括:平行剪切流和边界层的稳定性理论、 与冯•卡门共同提出的各向同性湍流的谱理论及冯•卡门相似性理论的发展, 以至于被国际同行戏谑为"不稳定性先生",引领了一代人的探索与研究。林 家翘在清华本科的老师周培源毕生着迷于探索湍流的奥秘,也希望自己的弟子 沉浸其中。现任的中国南方科技大学校长陈十一,80年代中期跟随他念的博士, 专攻湍流。林家翘晚年在清华大学回忆道:"周先生已经吩咐我,一定要研究'湍 流',因为这是一类基础科学研究。"在这一极具挑战性的领域,林家翘为老师 争了光,与自己的博士导师成了早期湍流统计理论的主要学派。2010年5月7 日《光明日报》上登载了周培源应用数学中心主任、清华大学教授雍稳安的评 述:"第一个系统地建立了流体(比如水、空气、血液)流动稳定性理论的是 林家翘先生。这个理论是迄今为止的湍流理论的基础和一个重要组成部分。"

一名学者终其一生,即便只有一个较大的科学发现,就足以引为自豪了。 有位数学系的主任曾经做过统计,美国所有高校的数学博士一生发表数学论文 的平均篇数差不多是一。几乎所有的科学家一辈子只在一个领域里劳作,只在 一处矿场中寻觅,发现一块稀有矿石就可用"杰出"来形容了。更多的大学教 授拿到终身位置后就开始享受人生,不再用功,因为他们的业余爱好丰富,为 之不吝时间。林家翘不仅有第二大学术成就,而且这个成就是在他成为正教授 跨入中年后, 踏足全新的一个领域里取得的。这个领域就是天体物理学, 而他 载入史册的贡献是创立了盘状星系螺旋结构的密度波理论, 从而解决了困扰天 文界数十年的"缠卷疑难",并进一步完善了星系旋臂长期维持的动力学理论。

1960 到 1961 这一学术年,林家翘在普林斯顿高等研究院度过了他在那里 的第一个学术休假。那时,超流体的研究受到重视,在高等研究院当永久教授 的杨振宁正在探讨玻色 - 爱因斯坦凝聚问题, 而凝聚就会产生超流体, 因此他 希望同既懂物理、又精流体力学的人合作。"不稳定性先生"林家翘两者俱强, 于是杨教授想到了西南联大曾经的林家翘学长兼老师(据说林家翘曾带过杨振 宁的班),这就是林家翘在那里访问一年的缘故。然而,普林斯顿之旅却把他 引入了一个全新的领域——天体物理学。这次,流体力学界的"不稳定性先生" 被天体物理学中的不稳定性问题抓着了。

1961年4月,林家翘应邀参加了使用着爱因斯坦曾经呆过的办公室的高 等研究院首位理论天体物理学教授、丹麦人斯特龙根(Bengt Stromgren, 1908-1987) 组织的一次星系学术会议,从中得知天文学家们对大多数盘状星系都呈 现漩涡结构这个问题不知如何回答。盘状星系靠近中心之处比远离中心的物质 旋转一圈花时更少,这就是所谓的"差异旋转"(differential rotation)。但是星 系的旋臂并非因此像线团那样越绕越紧。这个问题如此之大,使得美国那个时 代最伟大的物理学家费曼(Richard Feynman, 1918-1988)在他脍炙人口的《物 理学讲义》中都说:"如果你想寻找一个好问题,试一试螺旋结构吧"。荷兰莱 顿大学的天文学家奥尔特(Jan Oort, 1900-1992)提出的这个"缠卷疑难",强 烈地吸引着林家翘。或许因为在加州理工学院的博士生阶段,林家翘曾选修过 天文学大牌教授 Fritz Zwicky (1898-1974)的一门课而产生对天文的业余爱好, 一旦风吹草动,他的潜意识就被唤醒,这是弗洛伊德学说可以解释的。

一回到麻省理工, 林家翘马上邀请了这个领域的两大专家前去演讲, 并且 鼓励他的年轻同事组成讨论班,其中一人名叫图穆尔(Alar Toomre, 1937-),



图穆尔

是爱沙尼亚人,十多岁时移民美国,本 科毕业于麻省理工,1957年作为竞争激 烈的"马歇尔学者"去了英国的曼切斯 特大学深造流体力学, 三年后回到母校 当了两年的"应用数学讲师"。此时正值 林家翘摩拳擦掌准备在天体理论中大干 一场之际,他帮助安排已经就此课题有 了薄圆盘不稳定性新想法的年轻有为的 图穆尔去普林斯顿的高等研究院呆了8 个月。1963年图穆尔回到原校,从助理 教授起一直干到退休。1983年,恰好与 林家翘 1962 年当选时同样的 46 岁,图 穆尔也成了美国科学院的院士。

后来的几年,林家翘带领他的团队,



林家翘和徐遐生

紧锣密鼓地探索盘状星系的动力学。除了像图穆尔这样的年轻教授外,一位更 年少的大学生徐遐生(1943-)在1962年秋跟他做了本科学位论文,探讨涡旋 密度波的理论,最终成了他一生中最优秀的弟子,44岁就当上了美国科学院 院士,长期为伯克利加州大学的天文学教授。徐遐生的父亲徐贤修(1912-2002) 在1946年就去了林家翘任教的布朗大学读研究生,两年后获得应用数学的博 士学位,那时林家翘已被麻省理工挖走。徐氏父子两人先后于1970年和2002 年出任台湾新竹清华大学的校长,一时传为佳话。

林家翘再次大耍应用数学的板斧,将他研究流体力学的办法应用于星系力



徐遐生

学的版图。天体物理与地面物理的研 究有一个巨大的不同, 就是前者不能 做实验, 只靠观察数据, 而后者可以 用可重复的实验来检验理论。因此无 实验条件的研究更需丰富的想象力。林 家翘具有跨越学科的分析能力和想象 天赋。他推导出的理论是:盘状星系 中看到的旋臂不是一种物质结构,而 是一组波,并且这种波是长期存在的。 林家翘和学生徐遐生用这个理论解释 了某些盘状星系的哈勃图和盘星系的 其他性质,如星系 M51。他们最初的 合作文章"盘状星系的螺旋结构"1964 年刊登在《天体物理杂志》上,迄今 已被引用 1000 次。

林家翘密度波理论中的"密度波"概念得到了广泛承认,但是谦谦君子的 他却把密度波创始人的荣誉让给1942年首先提出密度波理论来解释漩涡星系 旋臂结构的星系动力学先驱、瑞典天文学家林德布拉德(B. Lindblad, 1895-1965),尽管按照台湾中央研究院天文研究所的袁旂(1937-2008)教授在回忆 文章《我认识的林家翘先生》中的说法,后者"提出的密度波,其实是非常粗 略、原始,决不是林先生精心构建、演绎出来的理论。"

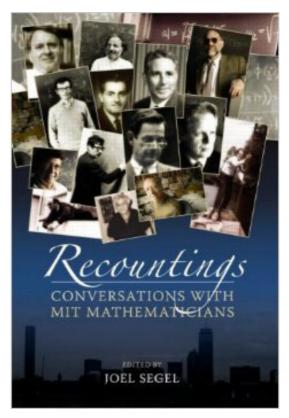
然而,密度波显现出的漩涡结构是否如林家翘和徐遐生所断言是"长期存 在的"还是"短暂的"或来自其它星系的影响,这个争论持续了几十年,而后 者曾是天文学界的主流观点。徐遐生教授在纪念老师诞辰 100 周年的文章中这 样写道:"这场争论引发的矛盾超越了专业层面,有些地方甚至涉及了人身攻击。 对于他的崇拜者来说见证这种攻击是不愉快的。"

林家翘的外部特征一看就是文质彬彬的书生形象。1966年从密歇根大学 拿到流体力学博士学位后跟随林家翘做天体物理博士后研究的袁旂,40年后 在他为国内的《力学进展》杂志撰写的回忆录中这样描绘了林教授:"他个头 不高,一副恂恂儒者彬彬君子的模样,是一个温文儒雅的长者,他对人十分和 气,完全没有丝毫盛气凌人的神态……"但是,文雅的举止包住的是坚韧的内心, 在必须捍卫真理之时,他有雷霆万钧之势。面对其嚣尘上的"密度波只能短时 存在"之异议,他立刻胸有成竹地用"驻波"的概念阻挡了对密度波理论的反 驳。这种成功并且见地深刻的快速反击,让几十年之后的袁教授依然赞叹不已。

争论的另一方代表人物就是林家翘曾经寄予厚望并且提携有加的本系同事 图穆尔。他去普林斯顿的逗留及麻省理工数学系正式教职的回聘,都是林家翘 的功劳。如果在中国,很难想象学生辈或受过恩典的晚生会对前辈"大逆不道" 地学术叫板,但在西方,"吾爱吾师,但吾更爱真理"。图穆尔只是坚持了自己 的不同学术观点,并没有对林家翘进行过"人身攻击"。

我在今年的暮春初夏,通读了一本441页、出版于2009年的英文书,名 叫 Recountings: Conversations with MIT Mathematicians (《回顾:与麻省理工 数学家交谈》)。这是林家翘 1959 年带出的博士 Lee A. Segel (1932-2005) 之 子 Joel Segel,对麻省理工数学系的一打资深教授及该系灵魂人物列文森教授 未亡人的采访记。30年前我在密歇根州立大学修过一门一学年课程《应用数 学基础》,授课的颜宪尧教授为孔子门徒颜回的直系后代,也是系里给我指定 的学术导师(Academic Advisor);这有别于论文导师(Thesis Advisor)。他为 这门课选用的教材就是 70 年代林家翘与 Lee A. Segel 合著的大书《自然科学 中确定性问题的应用数学》(Mathematics Applied to Deterministic Problems in the Natural Sciences)。 该书 1988 年的第二版被美国工业与应用数学协会作为 应用数学经典丛书第一号出版。

那年我一边修颜教授的课,一边充当他这门课的教学助理,替他批改作业, 我甚至自己都可以不做作业了。颜教授毕业于台湾大学机械系,后去密歇根州 立大学机械工程系念博士,快拿到学位时发现那些工程知识的基础都是数学,



《回顾:与麻省理工数学家交谈》

觉得先把这些基础数学搞懂再说,于是他转往纽约大学,念了应用数学的博士 学位, 最终回到密歇根州立大学任教。今天为写这篇文章, 我打开了他曾经送 给我的这本 Lin-Segel 大书, 扉页上有他的手写名字 D. Yen, 也有我留下的记 录 Presented by Prof. Yen to Jiu Ding, 1987 (1987年颜教授赠予丁玖)。这使 我陷入了沉思,想起了他当年对我的关怀和教导。在他退休后因病去世前不久, 我十年前在他亚特兰大的居所最后一次看到他时,留下了一张珍贵的合照。

Joel Segel 书中采访的第六个教授就是图穆尔,记录的内容与林家翘直 接相关的三章标题分别是 C. C. Lin; Princeton; MIT and the Spiral Galaxy Controversy (林家翘:普林斯顿:麻省理工学院及螺旋星系争论)。当我看到 林家翘那张儒雅的中年头像时,完全被他的风度吸引住了,当今中国的知识分 子群体中,这样的君子风范不很多了。难怪图穆尔教授谈及林家翘教授时,一 开始就表露了他的钦佩:"我记得当我刚来时,一件事立马震撼我:'我的天, 真是一位有教养口才好的人! (My goodness, what a cultured and articulate guy)'"口才好的原因之一:"他是我见到过的英文棒极了的第一个中国科学家" (He was the first Chinese scientist I knew whose English was terrific).

在关于学术争论那一章的最后, Segel 问图穆尔是否不同学术见解导致了个 人化情绪并影响了彼此关系。对方回答道:"没有。当他说某事时我退避,当我 说到其它事时他也这样。我们彼此以礼相待,15年间都是自然科学基金项目资

助下的共同研究者,直到80年代中期他逐步淡出江湖退休为止。"他再次强调"家 翘与他太太是非常优雅(graceful)的人。""我在许多方面都非常感激他,虽然 专家们知道林和图穆尔之间有许多学术分歧,然而这只是家庭之内的纷争。"

几十年学术争论迄今为止是否已尘埃落定? 我们还是听听权威人士徐遐生 先生在纪念文章中说的一段话吧:"在这段艰难的时期,他始终让自己保持冷 静和严肃。如果说在他以前关于平行流的稳定性上的争论显示了他'胜利的气 度',那么现在他表现出的则是'在受到攻击时的勇气',也许这是因为他知道 他总是会在最后取得胜利。对于他的过早离世,我感到十分遗憾,因为他没有 听到我在2013年6月24-28日在北京召开的纪念座谈会上做的总结报告。在 报告中我告诉大家,虽然该理论在细节上仍然存在一定的不确定性,但林先生 对于密度波理论的认知,已经通过观测和更好的数值模拟被证明是正确的。"

## 家翘之忧

林家翘在其职业生涯中不遗余力地宣扬"应用数学"的宗旨、意义和方法 论,始终如一地为之摇旗呐喊,并且越老越起劲,因为他不幸地看到这四个字 常被曲解,常会误导,就像气象学家被等同于气象预报员或统计学家被视为车 间统计员一样。早在70年代,他就应用数学家的教育发表演说,其讲稿刊登 在美国工业与应用数学协会旗下的杂志 SIAM Review 上(1978年 10 月卷 20 第 4 期)。他关于应用数学的哲学理念也体现在他和学生合著的那本教科书中, 书的第一章简直就是应用数学的宣言书: What is Applied Mathematics? 可惜 这只是一本教科书内的一章标题,如果他把它写成了一本大书,完全可以成为 同样是应用数学家的柯朗(Richard Courant, 1888-1972)和罗宾斯(Herbert Robbins, 1915-2001) 的名著 What is Mathematics 的姊妹篇。

数学一般分为两大类:纯粹数学和应用数学,随着计算机科学的快速发展, 后者现在也分出一块叫做计算数学,并且被誉为与实验和理论并驾齐驱的第三 种科学方法。纯粹数学在英国数学家及哲学家怀特海(Alfred N. Whitehead, 1861-1947) 的名著《科学与近代世界》中被看成是"人类灵性最富于创造性 的产物", 而他的同胞数学家哈代(Godfrey H. Hardy, 1877-1947) 在其随笔集 《一个数学家的辩白》中则自豪于纯粹数学的"无用",因此在他的眼里,纯粹 数学就是"无用数学"的代名词,而微积分之类的那些"有用的数学"却鲜有 美学的意义, 所以只会留给工程师们用用罢了。

在美国研究型大学的数学系,纯粹数学与应用数学的教授们一般都能友好 相处,教授的学术地位只看成就,不管专业。固然,彼此的偶尔轻视也会浮现 在系内同呼共吸的空气中。比如,在美国一所历史悠久的名牌大学,一位纯粹 数学的大牌教授公然给全系教员写了一封公开信,将本系某某应用数学教授的 研究贬得几乎一钱不值:"你做的不是数学,而只是将数学应用到一些问题。" 这位"大学杰出教授"(University Distinguished Professor)以为自己证明的 拓扑学抽象定理统统都是"人类灵性最富于创造性的产物",因而把应用数学 视为上不了厅堂的丑媳妇。这激怒了系里作为应用数学家的另一位"大学杰出

教授",因为他的几篇论文都是顶天立地的开创性工作,其中有一篇对科学界 的影响力可能抵得上本系几乎所有正教授的论文之和。

我耳闻过这样一个故事:一位美国华裔数学教授访问国内名校,闲聊中顺 便问了该校的数学教授一个非数学问题:在大陆,是否第一流的做纯数学,第 二流的做应用数学,第三流的做计算数学?回答是大致如此。中国的近邻日本 也是类似的情景,比起纯粹数学家,应用数学家的地位相对低下。这让他十分 惊奇,因为这种分类法和比较法在美国一般不对头。在那里一个不争的事实是 应用数学系教授的平均工资通常会高于同一档次的数学系,当然这不能推理出 学术地位上也成正比,更不能成为"反向歧视"的理由。但是,至少在美国的 拨尖大学里, 比如加州大学或纽约大学, 那些应用数学教授的数学功底好生了 得,你很难说他们不能称为纯粹数学家,例如在应用数学领域做出若干基础性 杰出工作的拉克斯(Peter Lax, 1926-)教授,也是一位了不起的纯粹数学家。 另一方面,历史上许多伟大的纯粹数学家,同时也是伟大的应用数学家,他们 的名单包括庞加莱、冯•诺依曼、乌拉姆,他们常常是为了解决大的科学难题 而发展了数学的思想和方法。庞加莱为了求解三体问题,创立了微分方程的定 性理论:冯•诺依曼为了厘清统计力学的波尔茨曼遍历假设,推出了他的"平 均遍历定理";乌拉姆在曼哈顿原子弹工程的实践中提炼出了蒙特卡洛法。再 往前几百年,伟大的物理学家牛顿正是为了发现物体的运动规律而创立了微积 分。陈省身教授早就将把数学分成纯粹的和应用的说法嗤之以鼻,在他眼里数 学就是数学,哪有"纯粹"与"应用"的人为之分?

话虽这么说,纯粹数学家与应用数学家放在一起掂量轻重,孰优孰劣,彼 此有时感到不爽,就像搞数学教育的教授长期呆在数学系也会觉得别扭,难觅 知音,做梦都想跳槽到数学味不太浓的教育系。有些研究数学的学者瞧不起探 讨教学法的名师,其不屑一顾的神态会让人惊讶。我曾经听过一位出身欧洲牛 校的美国数学教授这么说:搞数学教育的是那些不懂数学的人告诉我们怎样教 数学。此语说在美国固然有些事实根据,但总是缺乏绅士风度的挖苦之语。其 实,邓小平的一句名言"不管白猫黑猫,逮到老鼠就是好猫"这里可以用上一 个翻版:不管纯数应数,做出第一流贡献的就是好数。

但是,相异研究领域的不同哲学要素与实际追求,在同一个屋檐下,的确容 易造成"文人相轻"式的摩擦。不要说国内,国外也是如此。就拿美国来说,哈 佛大学的应用数学在个个都是纯数大牛的数学系难有立锥之地,干脆搬到工程与 应用科学系去了。林家翘呆过的布朗大学的应用数学独立成系,其国际学术名望 超过了对应的数学系。至于林家翘终生服务的麻省理工学院,一些活跃的应用数 学家曾经希望从数学系中分离出去,但是大权在握的教务长却彻底反对,理由十 分充足:我们的校名是理工学院,数学系的数学对所有系都有应用,怎么可能再 成立一个应用数学系? 真是咄咄怪事!

于是一个折中的方案出现了:数学系下面建立两个委员会,纯粹数学委员 会和应用数学委员会,各司其职,分别处理各自的教授招聘课程设置等等与 专业特色相关的事宜。60年代初,心目中早已酝酿好应用数学哲学基础的林

家翘被任命为应用数学委员会的第一任主 任。他年轻一代的搭档格林斯潘(Harvev P. Greenspan, 1933-) 1960 年从哈佛大学搬 到麻省理工从副教授干起,是个出生纽约、 敢说敢为的美国汉子。他天生就与林站在 一起(格林),作为委员会处理具体事务的 秘书,很快与师长级的林家翘唱起了壮大 应用数学的二人转,一个幕后指挥,一个 幕前活动。资深的一位喝过东方的儒教墨 水, 慎密远虑, 不露声色; 年少的那个在 熔炉之都铸造成型,气盛性急,风风火火。 他们的配合就像李文华与姜昆的相声一样 天衣无缝。在维纳的盛年时代,尽管他是 应用数学大师, 但他孤家寡人, 独木难支。



格林斯潘

现在,天时地利人和,林格二人之姓加起来有三根巨木,他们合伙建成了麻省 理工的应用数学大厦。几年之后,格林斯潘接棒林家翘,当了第二任的应用数 学委员会的主任,长达十多年。1964年,由于校方特别看重应用数学,特地 又成立了一个校级应用数学委员会,只向教务长负责。它的首脑是院长,成员 都是各系名教授,包括电子工程系的"信息论之父"香农(Clauder Shannon, 1916-2001)。从此以后,纯粹数学家与应用数学家的良好合作与彼此尊重,使 得数学系人事关系的摩擦系数趋于理想极限,迄今都是"一衣带水的友好邻邦"。

格林斯潘是 Jeol Segel 采访的第八个麻省理工资深数学家。那篇采访记很 耐看,讲的几乎都是应用数学的哲学理念、前因后果、名人故事,甚至和纯粹 数学的争执与抗衡。不过最有趣的还是他对林家翘无意中展示东方文化特点的 一个细节回忆。在应用数学委员会尚未建立前,有一次林家翘牵头开了一个咨 询会,讨论是否雇佣没有数学博士学位的应用数学家。会前,林和格林斯潘都 主张雇,后者在会上尤其积极,但这遭到来自纯粹数学家的巨大阻力。大约 40 分钟后,有个明显忘记是林召集这个会议的教授问他:"家翘,您的意见呢? (C. C., what do you think about all this?)"

林家翘回答:"我无所谓。(I am indifferent.)"

听到这话,纽约城布鲁克林区长大的格林斯潘只能耸耸肩膀,大笑一下, 然后泄了气。他知道,北京知书达理士大夫阶层家庭沐浴出的林不是像他那样 的咄咄逼人之辈。他也知道,林可能避免树敌,他需要更多的时间说服别人, 最终以迂回曲折的策略取胜。然而,40年后,当垂垂老矣90岁的林家翘目睹 国内应用数学之现状,他再也不能"无所谓了",大概此时的他忘记了中国人 要听赞美歌的古训。

林家翘的"有所谓"来自他对"应用"与"实用"的哲学思辨。一部分应 用数学家未能得到纯粹数学家的尊敬,原因之一可能是他们做的是如同林家翘 所观察到的"实用数学"。林家翘对实用数学的诠释是:用数学方法服务社会



清华大学周培源应用数学研究中心外景

需要,如计算导弹的发射及登月等。这很像工程数学,是工程师对数学现有知 识的具体应用,并没有质变到完美解释科学现象的新的数学理论。"实用数学" 家充其量只能当科学家或工程师的"婢女"或"奴仆",沦为学术界的"二等 公民",因为他们只是"拿来主义"的信徒,绝非新鲜知识的创造者。而真正 的应用数学,在林家翘的眼里,则是一门独立的专业学科,通过数学来揭示自 然界的规律,注重的是主动提出研究对象中的科学问题,通过问题的解决加深 对研究对象的认识,或创造出新的知识,最终解决科学问题。这样的"应用数学" 家,至少与科学家或工程师平起平坐,成为学术舞台上的主角,甚至可以当对 方的主人,因为他们创造了解决问题的数学,而这常常是科学家或工程师的相 对弱项!这就能解释为什么数学家乌拉姆是科学界公论的"氢弹之父",虽然 这个誉称在一般人眼里属于物理学家特勒(Edward Teller, 1908-2003)。

2002年,带着"我要提高应用数学的水平"的愿望,林家翘以86岁的高 龄回到了祖国,扎根于母校清华大学周培源应用数学中心。一年后杨振宁定居 清华,继续掌舵那里的高等研究院。又过了一年,年富力强的"图灵奖"唯一 华人得主姚期智(1946-)加盟清华,培育计算机高手。三位科学大师中,除 了杨教授因参加公众活动较多而常在媒体上露面外,最老的林教授和最少的姚 教授都不大现身公开场所。十年前,杨振宁教了大一的普通物理课后,对清华 的新生质量赞不绝口,认为不亚于哈佛学子。但是林家翘却深居简出,只出席 中心的学术活动,几乎不接受记者采访。有次采访记者足足等了他一年,因为 他要集中精力修改研究论文,无暇顾及其它。可是他一旦接受了采访,则"语 不惊人死不休",而且多是"报忧不报喜",讲的大都是自己的忧虑之情。晚年 的他,为了祖国的科学进步,已经把中庸之道的中国文化让位给他生活了60 年直抒胸臆的美国文化。正如新浪教育在清华百年校庆时刊登的文章《林家翘:

林家翘与中心首任主任谢定裕(右)和副主任章梅荣(左)

大师之忧》中所云:"他更像是一个美国学者,而不是一个中国'知识分子'。" 1970年的菲尔兹奖获得者广中平佑(Heisuke Hironaka,1931-)在 1976年从哈佛大学搬回日本担任京都数学解析研究所所长。多年后当《美国数学会公告》的资深撰稿人杰克逊(Allyn Jackson)女士采访他时,他告诉她刚回国时怎样对付令人捉摸不定的日本式东方思维交流术,这比钻研数学难多了。直言不讳甚至不近情面是晚年林家翘难能可贵的人格魅力。

林家翘是怎样评价国内的"应用数学"的呢?"现状堪忧"四个字概括了他的整体看法。即便在清华大学这所中国最好的高等学府,在他生命的最后十年,也招不到几个在他眼目中"全面发展"的博士生或博士后。对他而言,一个应用数学家的全面发展就是:强大的数学分析与计算能力、能承担一个系统而完整的工作、对所研究的应用学科某一领域有全面整体的了解、能熟练使用英文撰写学术论文并能用英文同国际同行交流。这些高标准的综合要求,使得培养一个好的应用数学家比纯粹数学家要难得多!纯粹数学家的成长之路相对单一笔直,高智商、好导师、多坚持,大都能进入角色而至少小有斩获。但是应用数学家的成才环境荆刺丛生,开辟新路绝非易事。这有点像中美高考的区别。在中国考上北大清华,需要但也只需要最高的高考成绩;在美国要进哈佛耶鲁,不仅高考成绩优异,而且平时成绩、社区服务、领导能力、业余爱好等等综合素质缺一不可。这就不难理解在目前国内的高等教育环境下,为什么林家翘在偌大的中国招不到足够多的好学生。

他担心的是"应用数学的薄弱对整个科学的发展非常不利,非常不利。"他发现问题的本质在于,我们的学校对纯粹数学与应用数学各自的特点混淆不清,把应用数学也只看成是论证定理的逻辑推导或模拟计算的实现过程。纯粹数学与应



林家翘在清华办公室(墙上挂有恩师照片)

用数学都促进数学的发展, 但后者更关注数学与科学的相互依赖。傅里叶分析是 反映应用数学特点的最佳例子之一。它来自于对热传导问题的研究,反过来又推 动了调和分析和泛函分析这些纯数学分支的发展。纯粹数学是面向自身的一门学 问,研究的是数量关系和空间模式的逻辑结构。它被视为一种像音乐、绘画或书 法那样的艺术,可以自视清高而无视其应用的前景。但它毕竟也是一门精致的学 问,"无用"的外衣下罩住的是无穷无尽的应用潜能。应用数学家应是愿意走出 象牙塔的纯粹数学家,他要跳到物理世界的大舞台上大显身手、施展拳脚,用数 学的思想方法解决实际的科学问题。他不仅需要精深的数学知识,更需要自然科 学的广博知识。因此,应用数学是不同于纯粹数学的一门独立的基础学科,其专 业定位、课程设置、人才培养等都应与后者有相当大的区别。

面对目前存在的本科教育与研究生培养脱节的现实问题, 他在清华大学一 开始做的事居然是向大家解释什么是应用数学。在一次公众演讲中,他给出了 应用数学家的信仰:"自然界的事物基本上都很简单,所有的基础原理及主要 问题都可以用数学方式表达。"他不光做这种启蒙性的宣传工作,也身体力行 地从事他一生中的最后探索——生物学,致力于这个新世纪最热门领域的应用 数学研究,撰写了一篇关于蛋白质结构问题和细胞凋亡问题的学术论文。对此, 他展望道:"将数学应用到生物科学的研究具有长远的前途,充满了机会。我 预期15年以后,这类研究的成果会成为生物学及应用数学两科中的主流,成 为本科生教育的一个主要部分。"

十几年来,从我家乡的扬州大学开始,国内高校纷纷合并,系科也升格为 学院。包括应用数学在内的数学系,也大都进化成学院,名字却套上了"数学 科学"的外衣。这个长长院名的第一家不知是谁起的。美国有部分大学的数学 系也命名为数学科学系, 但绝非主流, 这些学校多半偏重工科, 数学科学系主 要以应用数学为主。但在中国,"数学科学学院"的牌子几乎各大学都在挂, 连数学第一学府北京大学也不能脱俗,不以陈省身的意志为转移。好在我的母 校南京大学不仅不与它校合并,而且坚持数学系不改名,其独立精神,鹤立鸡 群,难能可贵。林家翘最反感"数学科学"这个短语,认为这个笼统的称谓甚 至模糊了各独立学科之间的关系,直言他"不明白什么是'数学科学'",是指 富含数学的科学还是指数学这门学科?我想陈省身也会同意他的观点,因为数 学就是数学,而不是哪一种科学。通常,数学与科学是有并列关系的两个名词, 比如它们都出现在高斯的名言"数学是科学的皇后"中。语法修辞的一条基本 原理就是部分不能与全体并列,例如"我们学习代数和数学"就是明显的病句。 至少从汉语修辞的角度看,"数学科学"是不伦不类的名词组合。

不管"数学科学"的提法到底科学不科学,"提高应用数学的水平"应该 是中国数学家严肃面对的重大任务。林家翘在美国生活了一甲子,帮助那个 国家"使应用数学从不受重视的学科成为令人尊敬的学科"。14年前,86岁 的他带着这个雄心壮志回到祖国。三年前,他壮志未酬,带着深深的遗憾驾 鹤西去。但是,他报效祖国的拳拳之心、他敞开心扉的苦口良药,已经在学 术界引起了共鸣。8年前,中国国家自然科学基金委员会设立了《问题驱动的 应用数学研究》专项基金,紧接着中国科学院数学与系统科学研究院也成立 了交叉学科研究中心。 半个世纪前,以关肇直(1919-1982)、冯康(1920-1993)、 周毓麟(1923-)等为代表的杰出应用数学家为中国的国防科技和国家经济贡献 非凡,留下好的传统。相信林家翘所期待的中国应用数学家的新生代很快也 一定会一批批地涌现。

**致谢**:感谢香港城市大学电子工程系陈关荣教授阅读本文,帮助修改。西北农林 科技大学的林开亮博士及南京理工大学的车文荃教授也提出修改建议,一并感谢。 后记:本文应《数学文化》编委会邀请撰写,是本人作为编委的"作业"。转 载者请注明出自《数学文化》2016年第四期。

> 写于美国哈蒂斯堡 2016年9月3日 2016年9月11日修改完毕

作者简介:丁玖,南密西西比大学数学系教授,本刊编委。