

我们能从阿贝尔身上学到什么？

——阿贝尔小传

季理真

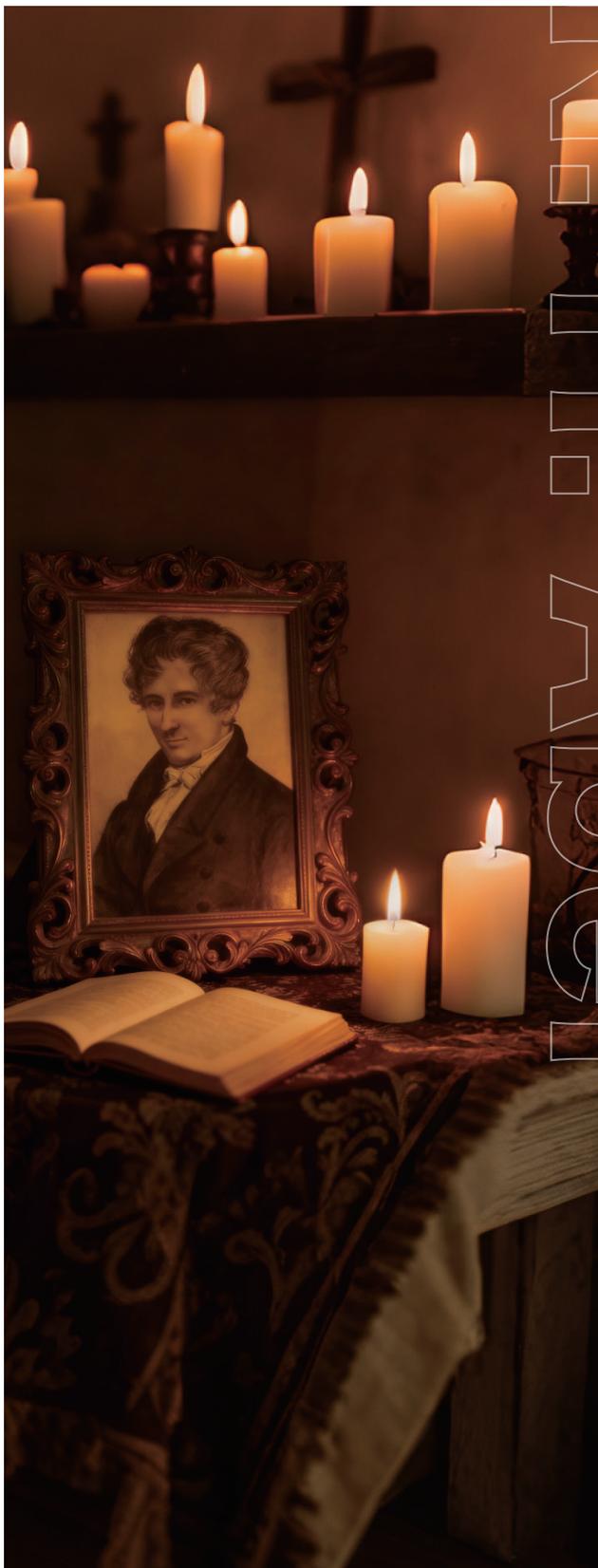
阿贝尔是如何成为天才的？他做了什么与众不同的事情？对我们来说更重要的是：我们能从他身上学到什么？

要回答这些问题，我们需要简要回顾一下阿贝尔的成长经历和求学之路。通过这样的回顾，我们不仅能深入了解他如何成为伟大的数学家，还能更好地认识阿贝尔其人。

这些内容基于阿贝尔的传记¹和一部关于阿贝尔的纪念文集²中收集的阿贝尔的书信。

¹ Arild Stubhaug, Niels Henrik Abel and his times, Springer-Verlag, Berlin, 2000, pp. x-580

² Niels Henrik Abel, Niels Henrik Abel: memorial publié à l'occasion du centenaire de sa naissance, Kristiania: Jacob Dybward, 1902, p.458



1

童年与家庭教育

1802年8月5日，阿贝尔出生在挪威一个重视教育和知识的家庭。他的父亲拥有神学学位并曾担任牧师，但远不止于此——他是一位博学的知识分子，对哲学、文学、历史和数学都怀有浓厚兴趣。作为教育的坚定倡导者，他深信书籍与自学的力量，不仅组织社区读书俱乐部，也将这种重视知识的理念深深植入了孩子们的成长环境。

尽管家境并不宽裕，阿贝尔家中却堆满了书籍，并弥漫着浓厚的学习气息。父亲亲自在家教育子女，直到阿贝尔13岁左右。在家庭课堂上，阿贝尔涉猎广泛，包括神学、古典文学和数学。尤其重要的是父亲开放自由的教育方式：他鼓励阿贝尔按自己的节奏探索感兴趣的学科，而非死守刻板框架。这极大地激发了阿贝尔对知识的强烈渴求和热爱，是其日后非凡数学成就的发轫。

然而，父亲这种充满理想主义的教育观有时与现实生活并不一致。他倾心于宏大的政治与哲学议题，而往往忽视眼前的经济现实。此外，他直言不讳的政治立场及个人问题（包括酗酒等）也阻碍了其教职晋升，加剧了家庭的经济负担。

尽管面临这些挑战，父亲营造的环境和对教育的倾力投入，无疑在阿贝尔的成长过程中发挥了至关重要的作用。正是这种氛围所培育的对知识的热爱以及独立思考的习惯，成为他未来在数学领域取得突破性贡献的基石。

2

小学阶段

1815年，13岁的阿贝尔开始上学并接受正规教育。在最初的三年里，他没有在任何科目（包括数学）上表现出过人的天赋。虽然数学是他最擅长的科目，但早期并没有迹象表明他后来会显现出如此出色的才华。事实上，他大多数其他科目的成绩都低于班级平均水平。

在此期间，真正让阿贝尔着迷的是文学。他对阅读产生了浓厚的兴趣，从小就有选择性地阅读书籍。1818年之前，他从学校图书馆借来的每本书都是文学作品，他只读知名且备受尊敬的作家写的书。这种早期智力上的知识追求或良好品味表明，即使在还是个男孩的时候，阿贝尔就追求所学内容的质量和深度。

随后，在1818年11月，一个戏剧性的转变发生了：阿贝尔完全不再借阅文学书籍，而是将注意力转向数学。他借的第一本数学书籍是牛顿的《通用算术》，从此开始了一段极为投入的数学探索之旅。

这种突然的转变——从一个热爱文学但在其他方面平淡无奇的学生，到一

个完全致力于数学的学生——这让人不禁好奇：是什么点燃了他对数学的热情？是一位特定的老师，一本书，还是一次个人的顿悟？无论是什么原因，这个转折点使他走上了成为历史上伟大的数学家的道路。

3

中学阶段

阿贝尔从一个对数学不感兴趣的普通学生转变为一个天才学生并非偶然。一个关键的转折点发生在1818年，当时他的学校发生了重大变化。

一场残酷的事件和一位新数学老师的到来

阿贝尔早期的数学老师不仅讲课乏味，而且因其严厉的惩戒方式而臭名昭著。他的教学方法僵化，不培养学生的好奇心和对数学的深刻理解，而是用严格的权威统治课堂。

随后，悲剧发生了：这位数学老师狠狠地打了一名学生，残忍地导致男孩死亡。这起令人震惊的事件导致该老师立即被解雇，学校不得不在短时间内寻找替代者。他们聘请了一位年仅23岁的年轻数学家霍尔姆博（B. M. Holmboe）。当时16岁的阿贝尔根本没想到这位新老师会永远改变他的人生轨迹。

霍尔姆博的数学教学改革

霍尔姆博并非普通的老师；他对数学是什么以及如何学习数学有着坚定的教育理念。与他的前任可能专注于死记硬背和机械计算不同，霍尔姆博相信深入理解、求知欲以及向历史上最伟大的数学大师学习。

霍尔姆博很快就发现了阿贝尔的潜力，鼓励他直接学习伟大数学家的著作，而不是仅仅依赖为学生编写的教科书。他推荐高水平的数学书籍，向他介绍严谨数学推理的美妙之处，并营造了一个让阿贝尔可以自由探索的环境。他们最初一起学习，但阿贝尔的进步非常快，在很短的时间内，他甚至超过了他的老师。到高中后期，他基本上是自学成才，如饥似渴地学习高等数学著作。

霍尔姆博很快就意识到阿贝尔非同寻常，他的学校报告反映了这种日益加深的认识。1819年，他在学校评语中简单地写道：“阿贝尔是一位了不起的天才。”

到第二年，他对阿贝尔的钦佩之情与日俱增。在1820年的一份学校报告中，霍尔姆博写道：“他拥有令人难以置信的天赋，还将对数学的热情与兴趣完美结合。如果他能活下去，很有可能成为伟大的数学家之一。”

这里有个细节值得人玩味：在写下“伟大的数学家之一”之前，霍尔姆博最初使用的是更强烈的词：“世界上最伟大的数学家。”然后他划掉了这些词，也许是犹豫要不要做出如此大胆的断言。尽管如此，原文的措辞依然揭示了霍尔姆博对阿贝尔潜力的坚定信念。

“如果他能活下去”这句话也同样引人注目。这表明霍尔姆博可能已经开始担心阿贝尔的健康，担心他学习太过专注。从后面往前看，这些话几乎像是预言——这悲惨地预示着阿贝尔几年后英年早逝。

霍尔姆博在困难时期给予了阿贝尔坚定不移的支持

就在阿贝尔的数学天才开始崭露头角时，悲剧降临到他的家庭。1820年，他的父亲去世，他的家庭陷入了严重的经济困境。没有了经济支持，阿贝尔的学术前途岌岌可危。

霍尔姆博再次伸出了援手。他为阿贝尔争取到奖学金，让他能够继续在高中学习。但他所做的远不止这些——他还积极宣传阿贝尔的才能，在挪威的权贵人士中为他辩护。霍尔姆博意识到阿贝尔需要接受大学教育才能充分发挥自己的潜力，因此孜孜不倦地筹集资金。他向自己的朋友和同事寻求支持，最终为阿贝尔争取到了就读奥斯陆大学（当时挪威唯一的大学）的经济援助。

如果不是霍尔姆博的付出，阿贝尔的故事或许就此结束。他或许永远没有机会在数学领域达到最高境界。

霍尔姆博不仅仅是一位老师——他更是阿贝尔的伯乐和人生贵人，是他比任何人都更早发现阿贝尔的天赋，并努力确保他的天赋有机会绽放。

导师的持久影响

霍尔姆博在阿贝尔早期发展中的影响不可低估。他推崇自主学习，强调向数学大师直接学习，以及他在阿贝尔最困难时期毫不动摇地坚定支持，都促使阿贝尔成为一名真正的数学家。即使在阿贝尔离开学校之后，霍尔姆博仍然是他的终身支持者，在阿贝尔英年早逝后很长一段时间里继续推广他的工作。

霍尔姆博的付出证明了一位好老师对学生能产生多深远的影响。他不仅仅是一位教育家，更是一位导师、引路人，在很多方面，他都是阿贝尔数学生涯的救赎者。



大学岁月：一位正在成长的数学家

1821年，阿贝尔考入奥斯陆大学时已经是挪威学识最渊博的数学家。他的高中老师霍尔姆博已经没有什么可以教他的了，而阿贝尔也已经读完了大学图书馆里所有的数学文献（高中时他可以使用大学图书馆）。由于没有人指导他的学习，阿贝尔自然而然地将注意力转向了独立研究。

进攻重大问题：五次方程

他最早选择攻克的，正是当时数学界最著名的难题之一：一般的五次代数方程能否用根式求解？

最初，这个问题看上去似乎是数学家们几个世纪前就已完成的二次、三次和四次方程求解的简单延伸。然而，这个问题远比之前的方程复杂得多。拉格朗日此前已经对多项式方程的可解性进行了深入研究，并提出了后来成为群论基础的关键思想。尽管做出了这些努力，却没有人找到用根式求解五次方程的方法。

年仅 19 岁的阿贝尔自认为解决了这个问题：一般的五次方程可以用根式解。他仔细地写下了证明，并与大学里的教授们分享。

怀疑与德根的作用

当时挪威没有活跃的数学研究者。他的教授汉斯汀（C. Hansteen）和拉斯穆森（S. Rasmussen）都是有能力的学者，但他们自己从未进行过原创的数学研究。尽管他们在阿贝尔的论文中找不到任何错误，但他们也不敢判定对错。由于不确定该怎么做，他们寻求专家意见。

他们把阿贝尔的论文寄给了德根（C. F. Degen），他是北欧哥本哈根的顶尖数学家。与阿贝尔的挪威教授不同，德根有进行原创研究的经验，并对数论和代数做出了重要贡献。

当德根仔细阅读阿贝尔的工作时，他找不到明显的错误，但他很难相信一个来自挪威的无名学生能在许多才华横溢的数学家都无法解决的情况下取得成功。毕竟，过去两个世纪里，一些最伟大的思想家都曾研究过五次方程，但无人能解出它。

德根并没有断然拒绝阿贝尔的说法，而是提出了非常有价值的建议：他要求阿贝尔提供一个具体的数值方程例子，以便将他的方法付诸实践。他还建议阿贝尔不要把精力浪费在这种“毫无意义”的问题上，而应该专注于更有前景和潜力的椭圆函数和超越函数。他写信给阿贝尔的教授：

鉴于此，我禁不住心中的愿望：阿贝尔先生的宝贵时间和智力，在我看来，不应被用在这些枯燥无味的题目上，而是应用在能为整个分析学和动力学应用带来重大意义的话题上，比如椭圆超越函数的研究。这方面的探索将开辟数学分析新的广阔海洋。

意外的发现与大突破：阿贝尔发现了自己的错误

按照德根的要求，阿贝尔尝试用一个数值例子来测试他的方法。在深入研究的过程中，他惊人地意识到——他的证明其实是错误的。这个错误连他的挪威教授，甚至德根都没有注意到，但阿贝尔凭借自己的坚持和自我纠正，自己发现了它。

阿贝尔非但没有灰心丧气，反而将自己的错误转化为突破。他没有证明五次方程可以用根式解，而是进一步证明了相反的结论：**五次及以上的一般方程不能用根式求解。**

这就是著名的阿贝尔-鲁菲尼定理，是代数学史上的一个里程碑式的成就。虽然鲁菲尼（P. Ruffini）之前曾多次尝试证明这个定理，但他的证明存在漏洞，因此并未被广泛接受。阿贝尔于 1823 年完成的工作给出了第一个正确且严密