

## 好书推荐

## 音乐中的数学

王杰



音乐是一门听觉的艺术，用音符打动人心。数学研究的是现实世界的数量关系和空间形式。这样看来，似乎音乐和数学之间很难扯上联系。但是如果你耐心读完这本小册子，也许就会有不一样的想法。

普通的钢琴有 88 个键，每个键发出的音高都不一样。怎么样确定它们的音高呢？这就涉及音乐中的律学，而律学的背后是数学。律学是伴随着音乐本身的发展而演变的，同时也是伴随着人类对于数的认识不断拓广而发展的。我们还特别想让更多的读者了解，现在被广泛采用的十二平均律是咱们中国人——明朝的朱载堉首先提出的。而他之所以能够取得这项世

界公认的成果，凭借的是锲而不舍的探索精神和高超的数学推理计算能力。

其实，律学的重要内容是调节音与音之间的关系，也就是所谓的音程。为什么纯五度音程是协和音程，小七度是不协和音程，而大三度是不完全协和音程？这背后就涉及比例问题。当然也和下面要谈到的泛音列密不可分。

不同的乐器有着不同的音色，就像不同的人唱歌也有着各自独特的嗓音。声乐和器乐中各种巧妙的搭配极大地丰富了音乐的表现力和感染力。但是你是否想过，为什么同样音高的乐器或人声会有不同的音色，甚至同一件乐器的不同演奏方式，也会产生不同的音效。这一切的背后都是由物体振动的客观规律所支配的，而要洞悉这个规律，就需要用到微分方程。透过弦振动方程的解，我们知道了哪怕是一根弦发出的声音，也是由许多不同音高的声音复合而成的。这些声音都包含了一个称作泛音列的声音序列。许多音乐现象都和泛音列有关，例如古琴上的 13 个徽位，又如呼麦发出的神奇声音。

旋律通常是音乐中最容易被人们注意到的要素。不过和其他艺术门类不同，音乐是在时间中展开的，一段旋律转瞬即逝。只有把这段旋律反复地呈现，才有可能给听众留下深刻印象。因此，重复原则便成为完成音乐创作的一项最基本的写作原则。当然，重复并不是一成不变。旋律需要在一次次的重复中不断地变化、发展。如果把五线谱看作一个坐标系，那么旋律线条